

УДК 624.131:624.042]:624.154

## НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ОДНОРОДНОГО МАССИВА ГРУНТА ОТ НАГРУЗКИ, ПЕРЕДАВАЕМОЙ ЧЕРЕЗ ОГРАНИЧЕННУЮ В ПЛАНЕ ПЛОЩАДЬ, ПРИЛОЖЕННУЮ ВНУТРИ УПРУГОГО ОДНОРОДНОГО МАССИВА ГРУНТА

БОЛЬШАКОВ В. И.<sup>1</sup>, *д-р техн. наук, проф.*,

МОТОРНИЙ А. Н.<sup>2</sup>, *магістр*,

МОТОРНИЙ Н. А.<sup>3</sup>, *канд. техн. наук, доц.*

<sup>1</sup>Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, Днипро, 49600, Украина, тел. +38 (0562) 745-23-72, e-mail: [bolshakov@mail.pgasa.dp.ua](mailto:bolshakov@mail.pgasa.dp.ua), ORCID ID: [0000-0003-0790-6473](https://orcid.org/0000-0003-0790-6473)

<sup>2</sup>Кафедра оснований и фундаментов, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, Днипро, 49600, Украина, тел. +38 (0562) 756-33-43

<sup>3</sup>Кафедра оснований и фундаментов, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, Днипро, 49600, Украина, тел. +38 (0562) 756-33-43, e-mail: [A.motorchik@i.ua](mailto:A.motorchik@i.ua)

**Аннотация.** На основании современного представления работы свай в глинистых грунтах – формирование в процессе забивки уплотненного ядра (уплотненной платформы) в плоскости острия свай и передачи нагрузки от сваи (от свайного фундамента) не через острие сваи, а через уплотненное ядро (уплотненную платформу), напряжение в массиве грунта от нагрузки, приложенной внутри упругого полупространства определяется с изменением расчетной схемы передачи нагрузки на однородный грунтовый массив.

**Ключевые слова:** *уплотненное ядро; уплотненная платформа; упругое полупространство; напряженно-деформированное состояние; равномерно распределенная нагрузка*

## НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ОДНОРІДНОГО МАСИВУ ГРУНТУ ВІД НАВАНТАЖЕННЯ, ЩО ПЕРЕДАЄТЬСЯ ЧЕРЕЗ ОБМЕЖЕНУ В ПЛАНІ ПЛОЩИНУ, ПРИКЛАДЕНУ ВСЕРЕДЕНІ ПРУЖНОГО ОДНОРІДНОГО МАСИВУ ГРУНТУ

БОЛЬШАКОВ В. И.<sup>1</sup>, *д-р техн. наук, проф.*,

МОТОРНИЙ А. М.<sup>2</sup>, *магістр*,

МОТОРНИЙ М. А.<sup>3</sup>, *канд. техн. наук, доц.*

<sup>1</sup>Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, Дніпро, 49600, Україна, тел. +38 (0562) 745-23-72, e-mail: [bolshakov@mail.pgasa.dp.ua](mailto:bolshakov@mail.pgasa.dp.ua), ORCID ID: [0000-0003-0790-6473](https://orcid.org/0000-0003-0790-6473)

<sup>2</sup> Кафедра основ і фундаментів, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, Дніпро, 49600, Україна, тел. +38 (0562) 756-33-43

<sup>3</sup> Кафедра основ і фундаментів, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, Дніпро, 49600, Україна, тел. +38 (0562) 756-33-43, e-mail: [A.motorchik@i.ua](mailto:A.motorchik@i.ua)

**Анотація.** На підставі сучасного уявлення про роботу паль у глинистих грунтах – формування в процесі забивання ущільненого ядра (ущільненої платформи) в площині вістря паль і передачі навантаження від палі (від пального фундамента) не через вістря палі, а через ущільнене ядро (ущільнену платформу), напруження в масиві ґрунту від навантаження, прикладеного всередині пружного напівпростору визначається зі зміною розрахункової схеми передачі навантаження на «однорідний» ґрунтовий масив.

**Ключові слова:** *ущільнене ядро; ущільнена платформа; пружний півпростір; напружено-деформований стан; рівномірно розподілене навантаження*

## STRAIN-STRESS DISTRIBUTION OF “HOMOGENEOUS” SOIL MASS DURING THE LOAD TRANSMITTED THROUGH THE LIMITED AREA IN THE PLAN, APPLIED INSIDE THE ELASTIC HOMOGENEOUS SOIL MASS

BOLSHAKOV V. I.<sup>1</sup>, *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*,

MOTORNYI A. N.<sup>2</sup>, *Master*,

MOTORNYI N. A.<sup>3</sup>, *Cand. Sc. (Tech.), Ass. Prof.*

<sup>1</sup>Department of Materials and Materials Processing, State Higher Educational Establishment «Prydniprov'ska State Academy of Civil Engineering and Architecture», 24-a, Chernyshevskogo str., Dnipro, 49600, Ukraine, tel. +38 (0562) 745-23-72, e-mail: [press.pgasa@gmail.com](mailto:press.pgasa@gmail.com), ORCID ID: 0000-0003-0790-6473

<sup>2</sup>Department of Basements and Foundations, State Higher Educational Establishment «Prydniprov'ska State Academy of Civil Engineering and Architecture», 24-a, Chernyshevskogo str., Dnipro, 49600, Ukraine, Tel. +38 (0562) 756-33-43

<sup>3</sup>Department of Basements and Foundations, State Higher Educational Establishment «Prydniprov'ska State Academy of Civil Engineering and Architecture», 24-a, Chernyshevskogo str., Dnipro, 49600, Ukraine, Tel. +38 (0562) 756-33-43, e-mail: [A.motorchik@i.ua](mailto:A.motorchik@i.ua)

**Summary.** Based on the current understanding of the piles work in clayey soils; that is forming during driving process a compacted core (compacted platform) in the pile tip plane and transferring the load from the pile (from the piling foundation) not through the pile tip but through the pressed core (compacted platform), the stress in the soil mass by the load applied inside the elastic half-space is determined with the change in the calculated scheme of load transferring to the “homogeneous” soil mass.

**Keywords:** *pressed core; compacted platform; elastic half-space; strain-stress distribution; uniformly distributed load*

**Введение.** Напряженно-деформированное состояние массива грунта в плоскости и ниже острия забивных железобетонных (можно металлических, деревянных) свай может быть представлена в виде следующих решений:

1. НДС массива грунта от сосредоточенной нагрузки, приложенной внутри упругого пространства (решение Миндли-на) – идеализированное, которое на практике может быть применено как идеальный случай без учета изменений, проявляющихся в процессе погружения забивных свай.

– нагрузка от свай, приложенной внутри упругого полупространства на глубине « $z$ » от дневной поверхности, передается не через острие, где напряжение под острием стремится к  $\infty$ , а через уплотненную платформу, площадью  $A_{пл.}$ . Тогда решение может быть представлено совсем в другой постановке.

2. НДС в массиве грунта от нагрузки, приложенной внутри упругого полупространства, передаваемой через уплотненную платформу. Данная задача, в свою очередь, требует нового подхода, предложенного Лявом. В данном случае необходимо применить принцип Сен-Венана.

– НДС в массиве грунта от распределенной нагрузки, передаваемой через ограниченную площадь, приложенную на поверхности упругого полупространства (решение имеется). И НДС от распределенной интенсивностью  $q$  нагрузки, приложенной на поверхности упругого полупространства (решение Лява). Таким образом, задача о НДС массива грунта от сосредоточенной нагрузки, приложенной внутри упругого полупространства, сведена к решению двух задач об НДС в упругом полупространстве:

1) от равномерно распределенной вертикальной нагрузки от веса столба грунта  $g = \gamma \cdot z$ , передаваемой через ограниченную в плане площадь ( $z$  – ордината в упругом полупространстве,  $\gamma$  – удельный вес грунтового массива, НДС-1) (см. «Теоретические основы строительства», сб. № 18, Варшава, 2010, 393–398);

2) НДС массива грунта от равномерно-распределенной вертикальной нагрузки, приложенной на поверхности упругого полупространства и передаваемой через прямоугольную площадку (площадь уплотненного ядра от одиночной свай, НДС-2):

•  $A_{упл. ядра} = [d + 2l'_{св} \cdot tg \varphi / 4]^2$ , и  $A_{уплотненной платформы} A_{упп.пл.} = A_{уп.пл.} = [d + 2l'_{св} \cdot tg \varphi / 4 + a_{к}(b_{к})]$ ;

• ( $a_{к}, b_{к}$  – размеры куста свай в плане);  $A_{у.с.п.}$  = площадь уплотненного свайного поля  $A_{у.с.п.} = [d + 2l'_{св} \cdot tg \varphi / 4 + a_{с.п.}(b_{с.п.})]^2$ ,

где:  $A_{у.я.}$  – площадь (горизонтальная проекция) уплотненного ядра,  $m^2$ ;

$d$  – размер сечения ствола свай, м;

$l'_{св}$  – длина свай без буферного слоя;

$l'_{св} = l_{св} - z$  – длина свай от острия до глубины от поверхности грунта, с которой начинает формироваться уплотненное ядро, м;

$$z = \frac{-f4 \pm \sqrt{(fu)^2 + 4\gamma u \sigma A}}{2\gamma u}$$

$\varphi$  – усредненное значение угла внутреннего трения массива грунта, прорезаемого свай в пределах длины  $l'_{св}$ ;

$a_{к}(b_{к})$  – размеры куста свай в плане, по осям крайних рядов свай, м;

$a_{с.п.}(b_{с.п.})$  – размеры свайного поля в плане, по осям крайних рядов свай, м.

Имея решение «НДС-1» и «НДС-2», используя принцип Сен-Венана, определяем

напряженное деформированное состояние массива грунта (НДС) в заданных координатах от приложенной нагрузки в плоскости острия свай (нижнего конца свай).

Как было показано выше, данная задача появляется за счет замены расчетной схемы от приложенной внутри упругого полупространства сосредоточенной силы (острие сваи) на нагрузку, приложенную внутри упругого полупространства, передаваемую через ограниченную в плане горизонтальную площадку – уплотненного ядра, расположенного на отметке нижнего конца сваи.

Эта расчетная схема заменяется новой расчетной схемой: вместо нагрузки, приложенной внутри упругого полупространства, передаваемой через ограниченную горизонтальную площадку, принимается нагрузка « $g$ » =  $\frac{N_d}{A_{\text{плат}}}$ , приложенная на поверхности упругого полупространства, передаваемая через ограниченную в плане площадку (уплотненную платформу), где отметка поверхности упругого полупространства принимается равной отметке острия сваи (отметке низа уплотненной платформы) плюс дополнительная нагрузка, равномерно-распределенная от собственного веса грунта – грунтового массива  $g = \gamma \cdot z$ , где  $z$  – отметка острия свай от уровня природного рельефа.

Нагрузка  $g = \gamma \cdot z$  также передается через ограниченную в плане площадку, равную площади уплотненной платформы.

Таким образом, и появилась задача «Напряженно-деформированное состояние» (НДС) массива грунта от приложенной к нему вертикальной равномерно распределенной эквивалентной нагрузки  $g = \gamma \cdot z$ , передаваемой через ограниченную в плане горизонтальную площадку.

В конкретных случаях для свайных фундаментов площадь уплотненного ядра (уплотненной платформы):

- для одиночной сваи  $A_{\text{у.я.}} = (d + 2l_{\text{св}} \cdot tg \varphi/4)^2 \text{ м}^2$ .
- для куста свай  $A_{\text{у.пл.}} = (b_{\text{к}} + 2l_{\text{св}} \cdot tg \varphi/4) \cdot (l_{\text{к}} + 2l_{\text{св}} \cdot tg \varphi/4)$ ;
- для квадратной сваи  $A_{\text{у.пл.}} = (b_{\text{к}} + 2l_{\text{св}} \cdot tg \varphi/4)^2$  (при  $b_{\text{к}} = l_{\text{к}}$ , квадратный фундамент).

Таким образом, задача сводится к определению напряженно-деформированного состояния массива грунта от действия равномерно распределенной вертикальной нагрузки передаваемой через ограниченную в плане горизонтальную площадку, соответствующую площади уплотненного ядра: одиночной сваи, куста свай, свайного поля.

### 1. Напряженно-деформированное состояние (НДС) массива грунта от приложенной к нему вертикальной равномерно распределенной эквивалентной нагрузки $g = \gamma \cdot z$ , передаваемой через ограниченную в плане горизонтальную площадку

Данную задачу для фиксированных значений геометрических размеров сечения ствола сваи в горизонтальном и вертикальном направлениях можно решить, используя методику решения А. Лява и В. Г. Короткина [1; 2].

Пусть для заданного призматической железобетонной сваи квадратного сечения ствола со стороной равной – « $d$ », длиной, равной – « $l_{\text{св}}$ », при фиксированных значения прочностных и деформативных характеристик однородного грунтового массива –  $C$ ,  $\varphi$ ,  $E$ ) площадь уплотненного ядра (уплотненной платформы) составляет:

$$\left. \begin{aligned} A_{\text{у.я.}} &= (d + 2l_{\text{св}} \cdot tg \varphi/4)^2 = d^2 + \\ &+ 2(2l_{\text{св}} \cdot tg \varphi/4) + (2l_{\text{св}} \cdot tg \varphi/4)^2 \end{aligned} \right\} (1.1)$$

со стороной уплотненного ядра  $= a = (d + 2l_{\text{св}} \cdot tg \varphi/4)$ ;

со стороной уплотненной платформы  $a_{\text{у.пл.}} = (a_{\text{к}} + 2l_{\text{св}} \cdot tg \varphi/4 + d)$ .

Через указанную площадку на однородный изотропный массив грунта передается вертикальная равномерно распределенная нагрузка  $g = \gamma \cdot z$ , эквивалентная нагрузке от столба грунта, высотой  $z = l_{\text{св}}$  (м) с удельным весом  $\gamma$  – однородного грунтового массива.

Согласно решению А. Лява [1] или В. Г. Короткина [2], вертикальные напряжения в однородном грунтовом массиве определяются выражением:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{3Pz^3}{2\pi} \int_{-a}^{+a} \int_{-b}^{+b} \frac{d\xi d\eta}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+z^2]^{5/2}} = \\ &= \frac{P}{2\pi} \left\{ \arctd \frac{(x+a)+(y-b)}{z\sqrt{(x+a)^2+(y-b)^2+z^2}} - \right. \\ &- azctg \frac{(x+a)+(y-b)}{z\sqrt{(x+a)^2+(y-b)^2+z^2}} + \\ &+ \arctd \frac{(x-a)+(y-b)}{z\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+z^2}} - \\ &- azctg \frac{(x-a)+(y-b)}{z\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+z^2}} + \\ &+ \frac{z(x+a)(y+b)[(x+a)^2+(y+b)^2+2z^2]}{[(x+a)^2+z^2][(y+b)^2+z^2]\sqrt{(x+a)^2+(y+b)^2+z^2}} - \\ &\frac{z(x+a)(y-b)[(x+a)^2+(y-b)^2+2z^2]}{[(x+a)^2+z^2][(y-b)^2+z^2]\sqrt{(x+a)^2+(y-b)^2+z^2}} + \\ &+ \frac{z(x-a)(y-b)[(x-a)^2+(y-b)^2-2z^2]}{[(x-a)^2+z^2][(y-b)^2+z^2]\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+z^2}} - \\ &\left. \frac{z(x-a)(y+b)[(x-a)^2+(y+b)^2+2z^2]}{[(x-a)^2+z^2][(y+b)^2+z^2]\sqrt{(x-a)^2+(y+b)^2+z^2}} \right\} \quad (1.2) \end{aligned}$$

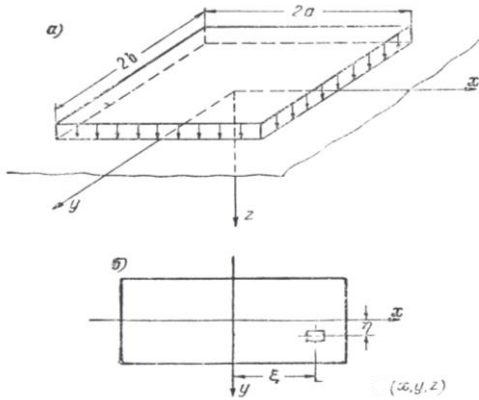


Рис. 1 Схема передачи равномерно-распределенной вертикальной нагрузки  $P$  приложенной на поверхности упругого полупространства и передаваемой через ограниченную в плане горизонтальную площадку.

Принимая во внимание, что сечение ствола призматической сваи-квадрат о стороной  $= d$ , а площадь уплотненного ядра  $A_{y.я.} = (d + 2l_{св} \cdot tg \varphi / 4)^2$ , и подставляя в выражение (1.2)  $b = a = d + 2l_{св} \cdot tg \varphi / 4 = D$  или  $b = a = D'$  (для куста свай), получим выражение для определения вертикальных напряжений  $\sigma_z$  в изотропном упругом грунтовом массиве от нагрузки, эквивалентной весу столба грунта  $g = \gamma \cdot z$ , передаваемой через ограниченную в плане прямоугольную площадку в виде:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{3Pz^3}{2\pi} \int_{-a}^{+a} \int_{-a}^{+a} \frac{d\xi d\eta}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+z^2]^{5/2}} = \\ &= \frac{P}{2\pi} \left\{ \arctd \frac{(x+D)(y+D)}{z\sqrt{(x+D)^2+(y+D)^2+z^2}} - \right. \\ &- azctg \frac{(x+D)(y-D)}{z\sqrt{(x+D)^2+(y-D)^2+z^2}} + \\ &+ \arctd \frac{(x-D)(y-D)}{z\sqrt{(x-D)^2+(y-D)^2+z^2}} - \\ &- azctg \frac{(x-D)(y+D)}{z\sqrt{(x-D)^2+(y+D)^2+z^2}} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{z(x+D)(y+D)[(x+D)^2+(y+D)^2+2z^2]}{[(x+D)^2+z^2][(y+D)^2+z^2]\sqrt{(x+D)^2+(y+D)^2+z^2}} - \\ &- \frac{z(x+D)(y-D)[(x+D)^2+(y-D)^2+2z^2]}{[(x+D)^2+z^2][(y-D)^2+z^2]\sqrt{(x+D)^2+(y-D)^2+z^2}} + \\ &+ \frac{z(x-D)(y-D)[(x-D)^2+(y-D)^2-2z^2]}{[(x-D)^2+z^2][(y-D)^2+z^2]\sqrt{(x-D)^2+(y-D)^2+z^2}} - \\ &- \frac{z(x-D)(y+D)[(x-D)^2+(y+D)^2+2z^2]}{[(x-D)^2+z^2][(y+D)^2+z^2]\sqrt{(x-D)^2+(y+D)^2+z^2}} \left. \right\}, \quad (1.3) \end{aligned}$$

для квадратного сечения ствола сваи при  $x = y$  получим:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \\ &= \frac{P}{2\pi} \left\{ \arctd \frac{(x+D)^2}{z\sqrt{2(x+D)^2+z^2}} - azctg \frac{x^2-D^2}{z\sqrt{2(x+D)^2+z^2}} + \right. \\ &+ \arctd \frac{2(x-D)^2}{z\sqrt{2(x-D)^2+z^2}} - azctg \frac{x^2-D^2}{z\sqrt{2(x-D)^2+z^2}} + \\ &+ \frac{z(x+D)^2[2(x+D)^2+2z^2]}{[(x+D)^2+z^2]\sqrt{(x+D)^2+z^2}} - \\ &- \frac{z(x^2-D^2)[2(x^2-D^2)+2z^2]}{(x^2-D^2)\sqrt{2(x^2+D^2)+z^2}} + \\ &+ \frac{z(x-D)^2[2(x-D)^2+2z^2]}{[(x-D)^2+z^2]\sqrt{2(x-D)^2+z^2}} - \\ &- \left. \frac{z(x^2-D^2)[2(x^2+D^2)+z^2]}{(x^2-D^2)^2+z^2-\sqrt{2(x^2+D^2)+z^2}} \right\} \quad (1.4) \end{aligned}$$

Для точек, расположенных на вертикали, проходящей через ось сваи при  $x = y = 0$ ,  $\sigma_z$  будет равно:

$$\sigma_z = \frac{P}{2\pi} \left[ \arctg \frac{D^2}{z\sqrt{2D^2+z^2}} + \frac{(D^2 \cdot z)^2 2(D^2+z^2)}{(D^2+z^2)^2 \sqrt{2D^2+z^2}} \right]; \quad (1.5)$$

Для точек, расположенных на вертикали, проходящей через угловую точку напряжения на глубине « $z$ » ниже от подошвы уплотненного ядра (платформы),  $\sigma_z$  будет равняться:

$$\sigma_z = \frac{g}{2\pi} \left[ \frac{4D^2(8D^2+2z^2)}{(4D^2+z^2)^2 \sqrt{8D^2+z^2}} + \arctg \frac{4D^2}{z\sqrt{8D^2+z^2}} \right] \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x = \sigma_y &= \frac{g}{2\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{4D^2 z}{4D^2+z^2 \sqrt{8D^2+z^2}} - \arctg \frac{z\sqrt{8D^2+z^2}}{4D^2} + \right. \\ &+ (1-2\mu) \left[ \arctg 1 - \arctg D \frac{\sqrt{8D^2+z^2}}{D \cdot z} \right] \left. \right\} \quad (1.7) \end{aligned}$$

Касательные напряжения в точке « $z$ » соответственно равны:

$$\tau_{zy} = \tau_{zx} = \frac{Pz^2}{\pi} \cdot D \left[ \frac{1}{z^2 \sqrt{4D^2+z^2}} - \frac{1}{(4D^2+z^2) \sqrt{8D^2+z^2}} \right]; \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy} = \tau_{yx} &= \frac{P}{2\pi} \left\{ \left[ 1 - \frac{2z}{\sqrt{4D^2+z^2}} + (1 - \mu) \right] \right. \\ &\left. \left[ \ln \frac{2z}{z+\sqrt{4D^2+z^2}} + \ln \frac{z+\sqrt{8D^2+z^2}}{z+\sqrt{4D^2+z^2}} \right] \right\} \quad (1.9) \end{aligned}$$

Подставляя в полученные выражения  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{yz}$ ,  $\tau_{xy}$ ; вместо  $D = d + 2l_{св}tg \varphi / 4$  (размер в плане уплотненного ядра) или  $D' = b_k + d + 2l_{св}tg \varphi / 4$ , получим аналогичные выражения  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{yz}$ ,  $\tau_{xy}$  для напряженного состояния массива грунта, при передаче на него вертикальной

равномерно распределенной нагрузки, передаваемой через уплотненную платформу, сформированную в плоскости острия свай.

Полное напряженное состояние массива грунта от нагрузки, приложенной внутри однородного грунтового массива от забивных железобетонных призматических квадратных свай, будет определяться:

$$\sigma_z = \sigma_{zy} + \sigma_{zc}; \sigma_x = \sigma_{xy} + \sigma_{xc}; \sigma_y = \sigma_{yy} + \sigma_{yc}; \tau_{xzy} + \tau_{xzc} = \tau_{xz}; \tau_{xy} = \sigma_{xy,y} + \sigma_{xy,c} \quad (1.10)$$

**2. Напряженно-деформированное состояние (НДС) массива грунта от приложенной к нему вертикальной равномерно распределенной нагрузки «g» =  $\frac{N_d}{A_{пл}}$ , передаваемой через ограниченную в плане квадратную платформу, сформированную в плоскости острия забивных свай.**

Рассматриваемая задача является частью задачи о напряженно-деформированном состоянии массива грунта от сосредоточенной нагрузки (острие свай), приложенной внутри упругого полупространства. Путем изменения в пределах эксплуатационной возможности расчетных схем загруженного массива сосредоточенной нагрузкой данная задача сводится к задаче о напряженно-деформированном состоянии упругого полупространства от передачи на него вертикальной равномерно распределенной нагрузки «g» =  $\frac{N_d}{A_{пл}}$ , приложенной на поверхности упругого полупространства и передаваемой через ограниченную квадратную уплотненную платформу в плане.

Данную задачу решаем с использованием решения Кирпичева или Буссинеска для сосредоточенной силы «P» к поверхности упругого полупространства, заменяя в данном решении сосредоточенную силу «P» «g»·d $\xi$ ·d $\eta$  и интегрируя в пределах загруженной площадки от -a до +a и от -b до +b и в частности выражения для составляющих напряжений  $\sigma_z, \sigma_y, \sigma_x, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \tau_{xy}$ , могут быть получены по методике В. Г. Короткина в виде:

$$\sigma_z = \frac{3gz^3}{2\pi} \int_{-a}^{+a} \int_{-b}^{+b} \frac{d\xi d\eta}{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2]^{5/2}} \cdot (2.1)$$

Для геометрических размеров уплотненного ядра (уплотненной платформы)

$$a_{я} = b_{я} = (d + 2l_{св}tg \varphi/4) = \text{«Д»};$$

$$a_{пл} = b_{пл} = (b_{к} + d + 2l_{св}tg \varphi/4) = \text{«Д'»}$$

и приложенной к массиву грунта равномерно распределенной вертикальной нагрузки «g» =  $\frac{N_d}{A_{я}}$ ; «g» =  $\frac{nN_d}{A_{пл}}$  (кН/м<sup>2</sup>);

где:  $a_{я}, b_{я}$  – размеры в плане уплотненного ядра = «Д», (м);

$a_{пл}, b_{пл}$  – размеры в плане уплотненного ядра = «Д'», (м);

«g» =  $\frac{N_d}{A_{я}}$ ; «g» =  $\frac{nN_d}{A_{пл}}$  равномерно распределенная нагрузка на поверхность упругого полупространства (кН = м<sup>2</sup>);

$A_{я}, A_{пл}$  – площадь уплотненного ядра (уплотненной платформы), м<sup>2</sup>;

$n$  – количество свай в кусте (шт);

$N_d$  – нагрузка на одну свай (кН).

Интегрируя выражение (2.1) в пределах геометрических размеров уплотненного ядра (уплотненной платформы), получим составляющие напряжений в заданной точке упругого грунтового массива от передачи на него вертикальной равномерно распределенной нагрузки «g», в виде:

$$\sigma_z = \frac{g}{2\pi} \left\{ \arctgd \frac{(x+D)(x+D)}{z\sqrt{(x+D)^2 + (x+D)^2 + z^2}} - \right.$$

$$- azctg \frac{(x^2 - D^2)}{z\sqrt{(x^2 - D^2) + z^2}} + \arctgd \frac{(x-D)^2}{z\sqrt{2(x-D)^2 + z^2}} -$$

$$- azctg \frac{(x^2 - D^2)}{z\sqrt{(x^2 - D^2) + z^2}} + \frac{z(x+D)^2[(x+D)^2 + 2z^2]}{[(x+D)^2 + z^2]^2 \sqrt{(x+D)^2 + z^2}} -$$

$$- \frac{z(x^2 - D^2)[(x+D)^2 + (x-D)^2 + 2z^2]}{[(x+D)^2 + z^2][(x-D)^2 + z^2]} +$$

$$+ \frac{z(x-D)^2[(x-D)^2 + 2z^2]}{z(x-D)^2[(x-D)^2 + 2z^2]} -$$

$$+ \frac{[(x-D)^2 + z^2][(x-D)^2 + z^2]\sqrt{2(x-D)^2 + z^2}}{z(x^2 - D^2)[(x-D)^2 + (x+D)^2 + 2z^2]} \left. \right\}; \quad (2.2)$$

Для точек, расположенных на вертикали, проходящей через (ось свай) центр площади загрузки, т. е.  $x = y = 0$ ,  $\sigma_z$  будет равняться:

$$\sigma_z = \frac{2g}{\pi} \left[ \arctgd \frac{D^2}{z\sqrt{2D^2 + z^2}} + \frac{D^2 z (2D^2 + z^2)}{(D^2 + z^2)^2 \sqrt{2D^2 + z^2}} \right]; \quad (2.3)$$

Для точек, расположенных на глубине "z" на вертикальной прямой, проходящей через одну из угловых точек, составляющие напряжений имеют вид:

$$\sigma_z = \frac{g}{2\pi} \left[ \frac{4D^2(8D^2+2z^2)}{(4D^2+z^2)^2 z \sqrt{8D^2+z^2}} + \operatorname{arctg} \frac{4D^2}{z \sqrt{8D^2+z^2}} \right]; \quad (2.4)$$

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{g}{2\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{4D^2 z}{4D^2+z^2 \sqrt{8D^2+z^2}} - \operatorname{arctg} \frac{z \sqrt{8D^2+z^2}}{4D^2} + (1-2\mu) \left[ \operatorname{arctg} 1 - \operatorname{arctg} D \frac{z \sqrt{8D^2+z^2}}{D \cdot z} \right] \right\}; \quad (2.5)$$

Касательные напряжения в точке «z» соответственно равны:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{zy} = \tau_{zx} = \frac{gz^2}{\pi} \cdot D \left[ \frac{1}{z^2 \sqrt{4D^2+z^2}} - \frac{1}{(4D^2+z^2) \cdot \sqrt{8D^2+z^2}} \right]; \\ \tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{g}{2\pi} \left\{ 1 - \frac{2z}{\sqrt{4D^2+z^2}} + \frac{z}{\sqrt{8D^2+z^2}} + (1-2\mu) \left[ \ln \frac{2z}{z \sqrt{4D^2+z^2}} + \ln \frac{z + \sqrt{8D^2+z^2}}{z + \sqrt{4D^2+z^2}} \right] \right\}; \end{aligned} \right\} (2.6)$$

Подставляя в полученные выражения  $\sigma_z, \sigma_x, \sigma_y, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \tau_{xy}$  в место  $D = (d + 2l_{cb}tg \varphi/4)$  (размер в плане уплотненного ядра)  $D' = (b_k + d + 2l_{cb}tg \varphi/4)$ , получаем аналогичные выражения  $\sigma_z, \sigma_x, \sigma_y, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \tau_{xy}$  для напряженного состояния массива грунта при передаче на него вертикальной равномерно распределенной нагрузки, передаваемой через платформу, сформированную в плоскости острия свай.

Для свай, устраиваемых в пробуренных скважинах (буронабивных, буруинъекционных), напряженное состояние массива грунта в плоскости нижних концов свай может быть определено по комбинированной расчетной схеме:

Отметка нижнего конца свай условно принимается равной отметке дневной поверхности. С этой отметки нижним концом свай на упругое полупространство (однородный грунтовый массив) через горизонтальную площадку площадью, равной площади поперечного сечения ствола свай, передается нагрузка от свай, равная равномерно распределенной нагрузке

$$g = \frac{N_d}{A} = \frac{\text{вертикальная нагрузка на сваю}}{\text{площадь поперечного сечения свай}}$$

Данная нагрузка передается на грунтовый массив через круговую площадку, равную площади поперечного сечения ствола бурунабивной свай. Дополнительно с этой же отметки «z» на упругое полупространство передается равномерно распределенная нагрузка  $g' = \gamma \cdot z$ , которая также передается через горизонтальную

площадь, равную площади круга, идентичной поперечному сечению ствола свай.

Таким образом, задача по определению напряженно-деформированного состояния грунтового массива от нагрузки, передаваемой через круговую площадку, приложенной внутри упругого полупространства (внутри однородного грунтового массива), сводится к решению задачи:

1) Напряженно-деформированное состояние грунтового массива от вертикальной равномерно распределенной нагрузки « $g$ » =  $\frac{N_d}{A}$ , приложенной на поверхности грунтового массива и передаваемой через горизонтальную круговую площадку;

2) напряженно-деформированное состояние грунтового массива от нагрузки  $g = \gamma \cdot z$ , приложенной к поверхности (упругого полупространства) однородного грунтового массива и передаваемой через горизонтальную круговую площадку

$$= A_{cme} = \frac{\pi d^2}{4} = \pi r_{cme}^2 = \int$$

**3. Напряженно-деформированное состояние массива грунта от вертикальной равномерно распределенной нагрузки "g" =  $\gamma \cdot z$ , приложенной к поверхности (упругого полупространства) грунтового массива, передаваемой через горизонтальную круговую площадку**

Данная задача может быть решена путем интегрирования по углу  $\theta$  от  $0^\circ$  до  $2\pi$ , а затем по  $\rho$  в пределах от 0 до  $r$ .

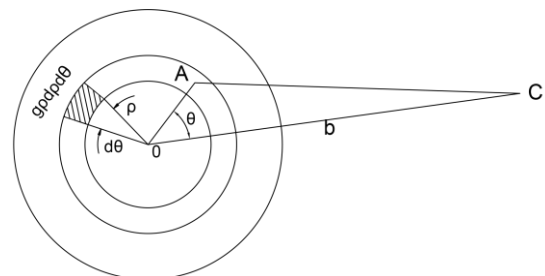


Рис. 2

где  $a$  – радиус круга =  $r$  ствола свай

$\rho$  – плавающая ордината  $0 \leq \rho \leq r$ .

$0^\circ \leq \theta \leq 2\pi$  предел интегрирования по круговой площади;

$$R = \sqrt{(\rho^2 + b^2 + z^2) - 2b \cdot \rho \cdot \cos \theta}$$

Составляющие напряжений  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  определяются из выражения:

$$\sigma_z = \frac{3g_\gamma \cdot z^3}{2\pi} \int_0^r \int_0^{2\pi} \frac{\rho d\rho \cdot d\theta}{(\rho^2 + b^2 + z^2 - 2b \cdot \rho \cdot \cos\theta)^{5/2}} \quad (3.1)$$

В связи с громоздкими выражениями, интегрирование выражения (3.1) не приводится. Напряжения в точках, расположенных по оси «z», т. е. по оси сваи «b» = 0, будет равняться:

$$\sigma_{z\gamma} = g_\gamma \left[ 1 - \frac{z^3}{\sqrt{(r^2 + z^2)^3}} \right] = g_\gamma \left\{ 1 - \sqrt{\left[ \frac{1}{1 + (r/z)^2} \right]^3} \right\} = g \cdot \kappa \quad (3.2)$$

где  $\kappa = \sqrt{\left[ \frac{1}{1 + (r/z)^2} \right]^3}$

$$\sigma_{xy} - \sigma_{\theta\gamma} = \frac{gr}{2} \left[ (1 - 2\mu) - \frac{2(1+\mu)z}{\sqrt{r^2 + z^2}} + \left( \frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right)^3 \right]; \quad (3.3)$$

в точке О плоскости  $z = 0$ , являющейся центром площади загрузки

$$\sigma_z = g_\gamma; \quad \sigma_r = \sigma_\theta = \frac{g_\gamma}{2} (1 - 2\mu) \quad (3.4)$$

Выражение для вертикальных перемещений точек поверхности основания ( $z = 0$ ) можно получить путем интегрирования:

$$W_\gamma = \frac{1-\mu^2}{\pi E} g_\gamma \int_0^r \int_0^{2\pi} \frac{\rho d\rho d\theta}{\sqrt{\rho^2 + b^2 - 2b\rho \cos\theta}} \quad (3.5)$$

В центре круга при  $b = 0$  перемещения будут равны:

$$W_\gamma = \frac{1-\mu^2}{\pi E} g \int_0^r \int_0^{2\pi} \frac{\rho d\rho d\theta}{\rho} = \frac{2(1-\mu^2)}{E} r g \quad (3.6)$$

**4. Напряженно-деформированное состояние массива грунта от вертикальной равномерно распределенной нагрузки  $g = \frac{N_d}{A}$ , приложенной к поверхности грунтового массива (упругого полупространства) и передаваемой через горизонтальную круговую площадку**

По аналогии с п. 3, данная задача может быть решена путем интегрирования в пределах по углу  $\theta$  от  $0^\circ$  до  $2\pi$ , а затем по  $\rho$  в пределах от 0 до  $r$ , т. е.  $\left( \sigma_z = \frac{3gz^3}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^r \dots \right)$

$$\sigma_z = \frac{3gz^3}{2\pi} \int_0^r \int_0^{2\pi} \frac{\rho d\rho d\theta}{\rho^2 + b^2 + z^2 - 2b\rho \cos\theta} \quad (4.1)$$

Интегрируя выражение (4.2) по углу  $\theta$  и по радиусу  $r$ , получим напряжение в (упругом полупространстве) грунтовом массиве. Напряжения в точках, расположенных по оси z (оси сваи) будут описано выражение:

$$\sigma_{zc} = g_c \left[ 1 - \frac{z^3}{\sqrt{(r^2 + z^2)^3}} \right] = g_c \left\{ 1 - \sqrt{\left[ \frac{1}{1 + (r/z)^2} \right]^3} \right\} = g \cdot \kappa \quad (4.2)$$

где  $\kappa = \left\{ 1 - \sqrt{\left[ \frac{1}{1 + (r/z)^2} \right]^3} \right\}$

$$\sigma_{rc} - \sigma_{\theta c} = \frac{g}{2} \left[ \frac{(1-2\mu)}{r^2 + z^2} - \frac{2(1+\mu)z}{\sqrt{r^2 + z^2}} + \left( \frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right)^3 \right] \quad (4.3)$$

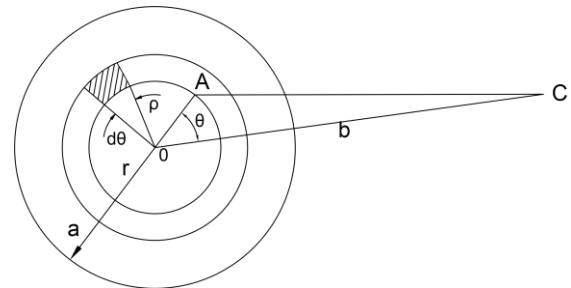


Рис. 3

Напряжения по оси сваи при  $z = 0$  под центром площади загрузки будут равны:

$$\sigma_{zc} = g_\gamma; \quad \sigma_{rc} = \sigma_{\theta} = \frac{g_c}{2} (1 - 2\mu) \quad (4.4)$$

Выражение для вертикальных перемещений точек поверхности основания ( $z = 0$ ) определяется интегрированием выражения

$$W_c = (r, 0) = \frac{P(1-\mu^2)}{\pi E r} \quad \text{и при } b = 0$$

$$W_c = \frac{1-\mu^2}{\pi E} g_c \int_0^r \int_0^{2\pi} \frac{\rho d\rho d\theta}{\sqrt{\rho^2 + b^2 - 2b\rho \cos\theta}} \quad (4.5)$$

и в центре круга при  $b = 0$  примет выражение:

$$W_c = \frac{1-\mu^2}{\pi E} g_c \int_0^r \int_0^{2\pi} \frac{\rho d\rho d\theta}{\rho} = \frac{2(1-\mu^2)}{E} r g \quad (4.6)$$

Полное напряженное состояние массива грунта от нагрузки, приложенной внутри однородного грунтового массива (от сваи, изготовляемой в пробуренной скважине небурабавивных или буроинъекционных свай) будет равняться:

$$\sigma_z = \sigma_{z\gamma} + \sigma_{zc}; \quad \sigma_r = \sigma_{r\gamma} + \sigma_{rc}; \quad W = W_\gamma + W_c \quad (4.7)$$

**Выводы.** Представленные в специальной технической литературе классические задачи механики по распределению напряжений в упругом полупространстве от действия на упругое полупространство приложенной к поверхности упругого полупространства (решение Кирпичева, решение Буссинеска) вертикальной сосредоточенной нагрузки  $P_i$  приложенной к поверхности упругого полупространства в виде ряда повторяющихся с заданным шагом вертикальных нагрузок  $P_i$  (решение О. К. Фрелиха), вертикальной сосредоточенной загрузки  $P$ , приложенной внутри

упругого полупространства, (решение Хуанг Вен-Хей) и другие, в силу особенного вида нагрузки (сосредоточенная сила приложенная к упругому полупространству). Решение подобной задачи идеализированное, связанное с неопределенностью предлагаемого решения, где напряжение в точке приложения сосредоточенной силы стремится к бесконечности ( $\sigma_z = \infty$ ), что конечно требует предварительного применения определенных условностей и значительных нестандартных допущений, которые сводят все «точные» решения к «приближенным».

Для заданного случая передачи нагрузки от сваи внутри упругого полупространства (от острия сваи) решается идеализированная задача, которая даже при самых точных математических решениях дает на практике значительные погрешности.

Принимая во внимание современное представление работы забивных свай в глинистых грунтах с формированием уплотненного ядра для одиночной сваи и уплотненной платформы для куста свай и свайного поля, нагрузка от сваи, приложенная внутри упругого полупространства передается на массив грунта не через острие сваи, а через уплотненное ядро или уплотненную платформу. Поэтому при решении задачи о

напряженно-деформированном состоянии массива грунта от загрузки его свайными фундаментами при выборе расчетных схем как раз и учитывалось изменение состояния массива грунта в основании нижних концов свай и окружающую боковую поверхность ствола сваи. Учет указанных изменений дает возможность решения данной задачи с учетом реальных особенностей передачи нагрузки от нижних концов свай внутри упругого полупространства.

Для свай, изготавливаемых в пробуренных скважинах (буронабивные и буроинъекционные), напряженное состояние массива грунта от равномерно-распределенной нагрузки, приложенной внутри упругого однородного массива и передаваемой через круговую площадь, также определяется по комбинированной расчетной схеме, по которой напряжение от сваи определяется как напряжение  $\sigma_i$ ,  $\tau_i$  от равномерно распределенной нагрузки, приложенной к поверхности грунтового массива и передаваемой через круглую площадь, и напряжение от собственного веса грунта  $g = \gamma \cdot z$  приложенной по поверхности однородного упругого массива грунта и передаваемая через круговую площадь, ограниченную в плане и равную соответственно площади ствола сваи площади уширения для буронабивных свай с уширенной пятой.

## ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ляв А. Математическая теория упругости / А. Ляв. – Москва ; Ленинград : ОНТИМ, 1935. – 674 с.
2. Флорин В. А. Основы механики грунтов : в 2 т. / В. А. Флорин. – Москва ; Ленинград : Стройиздат, 1959. – Т. 1 : Общие зависимости и напряженное состояние оснований сооружений. – С. 94–164.
3. Фрелих О. К. Распределение давлений в грунте / О. К. Фрелих. – Москва : Изд-во Наркомхоза РСФСР, 1938. – 188 с.
4. Цытович Н. А. Механика грунтов : краткий курс / Н. А. Цытович. – 4-е изд., вновь перераб. и доп. – Москва : Госстройиздат, 1963. – 636 с.
5. Маслов Н. Н. Прикладная механика грунтов / Н. Н. Маслов. – Москва : Машстройиздат, 1949. – 325 с.
6. Маковский Л. В. Горюдские подземные транспортные сооружения / Л. В. Маковский. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Стройиздат, 1985. – 439 с.
7. Современные проблемы свайного фундаментостроения в СССР / ВНИИ оснований и подзем. сооружений им. М. Н. Герсеванова. – Пермь : Перм. Политехн. ин-т, 1988. – 149 с.
8. Свайные фундаменты / Глотов Н. М., Луга А. А., Силин К. С., Завриев К. С. – Москва : Транспорт, 1975. – 430 с.
9. Кириллов В. С. Основания и фундаменты / В. С. Кириллов. – Москва : Транспорт, 1980. – 392 с.
10. Костерин Э. В. Основания и фундаменты / Э. В. Костерин. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Высш. шк., 1978. – 375 с.
11. Моторный Н. А. Распределение напряжений в массиве грунта от собственного веса грунта, передаваемой по ограниченной горизонтальной поверхности / Н. А. Моторный // Theoretical foundations of civil engineering. Polish-Ukrainian-Lithuanian Transactions (conference), Warsaw, September, 2010 / ed. by W. Szczesniak. – Warsaw, 2010. – Vol. 18. – P. 393–398.
12. Моторный Н. А. Обоснование работы свай в грунте и формирование несущей способности свай в процессе ее погружения и эксплуатации / Н. А. Моторный, А. Н. Моторный // Theoretical foundations of civil



- engineering. Polish-Ukrainian Transactions (conference), Warsaw, May, 2013 / ed. by W. Szczesniak. – Warsaw, 2013. – Vol. 21. – P. 501–508.
13. Большаков В. И. Обоснование сил трения грунта на боковую поверхность ствола свай и подземных сооружений при изменении гидрогеологических условий подтопляемой строительной площадки / В. И. Большаков, А. Н. Моторный, Н. А. Моторный // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2016. – № 7. – С. 10–20.
14. Моторный А. Н. Напряженно-деформированное состояние основания свайных фундаментов на лёссовых просадочных грунтах при замачивании просадочной толщи снизу вверх (подтопление территорий) / А. Н. Моторный, Н. А. Моторный // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури : зб. наук. пр. – Дніпропетровськ, 2014. – № 2. – С. 20–29.

## REFERENCES

1. Lyav A. *Matematicheskaya teoriya uprugosti* [Mathematical theory of elasticity]. Moskva; Leningrad: ONTIM, 1935, 674 p. (in Russian).
2. Florin V.A. *Osnovnyye mexaniki gruntov: v 2 t* [Fundamentals of soil mechanics: in 2 volumes]. T. 1: *Obshhie zavisimosti i napryazhennoe sostoyanie osnovaniy sooruzhenij* [Volum no. 1: General dependencies and stressed state of the structures foundations]. Moskva; Leningrad: Strojizdat, 1959, pp. 94–164. (in Russian).
3. Frel'ix O.K. *Raspredelenie davlenij v grunte* [Distribution of pressure in the soil]. Moskva: Izd-vo Narkomkhoz RSFSR, 1938, 188 p. (in Russian).
4. Cytovich N.A. *Mexanika gruntov: kratkij kurs* [Soil mechanics]. Moskva: Gosstroizdat, 1963, 636 p. (in Russian).
5. Maslov N.N. *Prikladnaya mexanika gruntov* [Applied soil mechanics]. Moskva: Mashstroizdat, 1949, 325 p. (in Russian).
6. Makovskij L.V. *Gorodskie podzemnye transportnye sooruzheniya* [Urban underground transportation facilities]. Moskva: Strojizdat, 1985, 439 p. (in Russian).
7. *Sovremennye problemy svajnogo fundamentostroeniya v SSSR* [Modern problems of pile foundation engineering in the USSR]. VNIi osnovaniy i podzem. sooruzhenij im.M. N. Gersivanova [NIIOSP Gersevanov Research Institute of Bases and Underground Structures]. Perm': Perm. Politehn. in-t, 1988, 149 p. (in Russian).
8. Glotov N.M., Luga A.A., Silin K.S. and Zavriev K.S. *Svajnye fundamenty* [Pile foundations]. Moskva: Transport, 1975, 430 p. (in Russian).
9. Kirillov V.S. *Osnovaniya i fundamenty* [Bases and Foundations]. Moskva: Transport, 1980, 392 p. (in Russian).
10. Kosterin Ye.V. *Osnovaniya i fundamenty* [Bases and Foundations]. Moskva: Vyssh. shk., 1978, 375 p. (in Russian).
11. Motornyj N.A. *Raspredelenie napryazhenij v massive grunta ot sobstvennogo vesa grunta, peredavaemoj po ogranichennoj gorizont'noj poverhnosti* [The distribution of pressure in the soil massif from soil own weight transmitted along a limited horizontal surface]. *Theoretical foundations of civil engineering. Polish-Ukrainian-Lithuanian Transactions (conference)*. Warsaw, 2010, vol. 18, pp. 393–398. (in Russian).
12. Motornyj N.A. and Motornyj A.N., ed. Szczesniak W. *Obosnovanie raboty svaj v grunte i formirovanie nesushhej sposobnosti svaj v processe ee pogruzheniya i ekspluatatsii* [Substantiation of the piles work in the ground and the formation of the piles bearing capacity during its immersion and operation]. *Theoretical foundations of civil engineering. Polish-Ukrainian Transactions (conference)*. Warsaw, 2013, vol. 21, pp. 501–508. (in Russian).
13. Bol'shakov V.I., Motornyj A.N. and Motornyj N.A. *Obosnovanie sil treniya grunta na bokovuyu poverkhnost' stvola svaj i podzemnyx sooruzhenij pri izmenenii gidrogeologicheskix uslovij podtoplyaemoj stroitel'noj ploshhadki* [Substantiation of frictional forces on the side surface of the trunk of piles and underground structures when the hydrogeological conditions of the underflooded construction site change]. *Visnyk Prydniprovskoi derzhavnoi akademii budivnistva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprovsk'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2016, no. 7, pp. 10–20. (in Russian).
14. Motornyj A.N. and Motornyj N.A. *Napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie osnovaniya svajnyx fundamentov na lessovyx prosadochnyx gruntax pri zamachivanii prosadochnoj tolshhi snizu vverx (podtoplenie territorij)* [Strain-stress distribution of the bases of pile foundations on loess subsidence soils while soaking subsidence from bottom to top (flooding of territories)]. *Visnyk Prydniprovskoi derzhavnoi akademii budivnistva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprovsk'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture]. Dnipropetrovsk, 2014, no. 2, pp. 20–29. (in Russian).

Рецензент: Савицький М. В. д-р техн. наук, проф.

Надійшла до редколегії: 10.04.2017 р. Прийнята до друку: 24.04.2017 р.