

УДК 624.042

DOI: 10.30838/J.BPSACEA.2312.170118.74.43

## РАСЧЁТ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОНУСНЫХ КРОВЕЛЬ ПРИ СИММЕТРИЧНОЙ НАГРУЗКЕ

МАХИНЬКО Н. А., канд. техн. наук

Национальный авиационный университет, пр. Космонавта Комарова, 1, Киев, 02000, Украина, тел. +38(050)3045072, e-mail: pasargada1985@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-8120-6374

**Аннотация. Постановка проблемы.** Статья посвящена исследованию внутренних усилий, возникающих в ребрах конусных кровель вертикальных цилиндрических емкостей от воздействия наиболее вероятных нагрузок – собственного веса, веса технологического оборудования, скоростного напора ветра и снеговой нагрузки. В частности, интерес представляет возможность рассчитать все элементы кровли по плоским расчетным схемам, используя формулы в удобной аналитической форме, что позволит уменьшить трудоемкость вычислений и даст возможность установить ряд общих закономерностей распределения внутренних усилий. Для анализа использованы два типа конструкций – кровля, состоящая только из главных радиальных ребер, и кровля с одним промежуточным кольцом жесткости, без второстепенных балок, а также при их наличии. При этом можно применять несколько вариантов расчетных схем, в зависимости от выбранного элемента – главной радиальной балки, второстепенной балки или кольцевого ребра. Все соединения ребер между собой и корпусом принимаются шарнирными. Влияние второстепенных элементов, обеспечивающих дополнительную пространственную жесткость (растяжки, подкосы), на распределение усилий в ребрах не учитывается. Предполагается, что опорное кольцо в месте сопряжения кровли и стенки емкости достаточно жесткое для того, чтобы радиальные перемещения его точек считались достаточно малыми. Определение напряженно-деформированного состояния конструкции кровли рассматривается в контексте проверочного расчета несущей способности поперечных сечений, с четко оговоренными геометрическими размерами всех элементов, а также для случая поиска оптимального отношения геометрических характеристик кровли, при котором достигнут критерий необходимой несущей способности. **Цель статьи** – определить основные внутренние усилия для главных радиальных и кольцевых ребер конусных кровель различной конструкции при симметричных нагрузках и сформулировать простые аналитические зависимости с точки зрения практики конструирования. **Вывод.** Путем последовательного анализа получены выражения для функций внутренних усилий элементов конусной кровли и выявлены критические расчетные сечения для рассматриваемых вариантов. Приведены аналитические выражения и таблицы значений координат, которые однозначно определяют положение потенциально опасных сечений, а также формулы для расчета в них максимальных значений силы сжатия и изгибающего момента.

**Ключевые слова:** цилиндрическая емкость; конусная кровля; внутренние усилия; главные радиальные ребра; кольцо жесткости

## РОЗРАХУНОК НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ КОНУСНИХ ПОКРІВЕЛЬ ЗА СИМЕТРИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

МАХІНЬКО Н. О., канд. техн. наук

Національний авіаційний університет, пр. Космонавта Комарова, 1, Київ, 02000, Україна, тел. +38(050)3045072, e-mail: pasargada1985@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-8120-6374

**Анотація. Постановка проблеми.** Стаття присвячена дослідженню внутрішніх зусиль, що виникають у ребрах конусних покрівель вертикальних циліндричних ємностей від дії найбільш вірогідних навантажень – власної ваги, ваги технологічного обладнання, швидкісного напорі вітру та снігового навантаження. Зокрема, становить інтерес можливість розрахувати всі елементи покрівлі за плоскими розрахунковими схемами, використовуючи формули в зручній аналітичній формі, що дасть змогу зменшити трудомісткість обчислень та встановити ряд загальних закономірностей розподілу внутрішніх зусиль. Для аналізу використано два типи конструкцій – покрівля, що складається лише з головних радіальних ребер, та покрівля з одним проміжним кільцем жорсткості, без другорядних балок, а також за їх присутності. При цьому можливо застосовувати декілька варіантів розрахункових схем, залежно від обраного елемента – головної радіальної балки, другорядної балки і кільцевого ребра. Всі з'єднання ребер між собою і корпусом приймаються шарнірними. Вплив другорядних елементів, що забезпечують додаткову просторову жорсткість (розтяжки, підкоси) на розподіл зусиль у ребрах не враховується. Припускається, що опорне кільце в місці спряження покрівлі та стінки ємності достатньо жорстке для того, щоб радіальні переміщення його точок вважалися достатньо малими. Визначення напружено-деформованого стану конструкції покрівлі розглядається у контексті перевірного розрахунку несної здатності поперечних перерізів, із чітко обумовленими геометричними розмірами всіх елементів, а також для випадку пошуку оптимального відношення геометричних характеристик покрівлі, за якого досягнуто критерію необхідної несної здатності. **Мета статті** – визначити основні

внутрішні зусилля для головних радіальних та кільцевих ребер конусних покрівель різної конструкції за симетричних навантажень та сформулювати прості аналітичні залежності з точки зору практики конструювання. **Висновок.** Шляхом послідовного аналізу отримано вирази для функцій внутрішніх зусиль елементів конусної покрівлі та виявлено критичні розрахункові перерізи для розглянутих варіантів. Наведено аналітичні вирази та таблиці значень координат, що однозначно визначають положення потенційно небезпечних перерізів, а також формули для розрахунку в них максимальних значень сили стиску та згинального моменту.

**Ключові слова:** *циліндрична ємність; конусна покрівля; внутрішні зусилля; головні радіальні ребра; кільце жорсткості*

## CALCULATION OF THE DEFLECTED MODE OF CONICAL ROOFS UNDER THE SYMMETRIC LOAD

MAKHINKO N. A., *Cand. Sc. (Tech.)*.

National Aviation University, Kosmonavt Komarova Avenue 1, Kyiv, 02000, Ukraine tel. +38(050)3045072, e-mail: pasargada1985@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-8120-6374

**Summary. Problem statement.** This paper deals with the studying of internal forces which appear in ribs of conical roofs of vertical cylindrical capacities because of the influence of the most possible loads such as their own weight, weight of manufacturing equipment, velocity head of wind and snow pressure. Particularly, interest gives an opportunity to calculate all elements of the roof according to flat design models, using equations in a convenient analytical form. It will allow reducing complexity of the calculation and setting up a number of general regularities of internal efforts distribution. It was used two types of constructions for the analysis. They are the roof that have only the main radial ribs and the roof with one distance stiffening washer with or without secondary beams. Meanwhile, we can use several variants of the design model, which depend on the selected element such as the main radial beam, secondary beam and strengthening ring. All connections of ribs between themselves and the body are hinged. The influences of the secondary elements which provide an additional spatial rigidity (extensions, struts) on the distribution of efforts in ribs are not considered. It is allowed that the body of shield is rigid enough in the place of connection of the roof and the capacity's wall in order to radial displacements of its points is considered to be small enough. Definition of the deflected mode of the roof construction is considered in the context of checking calculation of cross-section bearing capability with clearly conditioned geometries of all elements, and also in case of search optimal ratio of geometry of all elements of the roof when the necessary bearing capability is achieved. **Purpose.** To define the main internal efforts for the main radial and strengthening ring of conical roofs of different constructions under the symmetric loads and to form simple analytical dependences from the point of view of the design practice. **Conclusion.** By using the sequential analysis it was obtained expressions to equations of internal efforts of elements of the conical roof and revealed critical design sections to analyzed variants. It was given analytical expressions and tables of coordinate values, which uniquely defines position of potentially dangerous sections, and also equations to calculate maximum values of compression force and bending moment.

**Keywords:** *cylindrical capacity; conical roof; internal efforts; the main radial ribs; stiffening washer*

**Постановка проблеми.** Одним из неотъемлемых этапов при расчете вертикальных цилиндрических ёмкостей хранения является определение напряжённо-деформированного состояния конструкций кровли. При этом интерес представляет как вариант поверочного расчета, когда все геометрические размеры кровли определены и результатом должна быть констатация факта о достаточной или недостаточной несущей способности поперечных сечений элементов, так и вариант конструкторского поиска, связанный с определением оптимального соотношения геометрических размеров кровли, при котором достигаются критерии достаточной несущей способности.

Важно отметить, что наиболее точной проверкой несущей способности кровли как пространственной системы являются методы конечноэлементного анализа. Однако возможность рассчитать все элементы кровли по плоским расчётным схемам, используя формулы внутренних усилий в удобной аналитической форме, позволяет, во-первых, на порядок сократить трудоёмкость итерационных вычислений, во-вторых, установить ряд общих закономерностей распределения внутренних усилий в элементах кровли.

**Анализ публикаций.** Расчет кровли стальных емкостей хранения в большинстве случаев занимает второстепенное место в практике исследования напряженно-

деформированного состояния для данного типа объектов. Однако ряд теоретических и экспериментальных работ по изучению работы конической кровли под действием нагрузок разного вида раскрывает некоторые новые аспекты и свидетельствует о более сложном поведении конусной кровельной системы [5-8].

**Цели и задачи** определить основные внутренние усилия для главных радиальных ребер и кольцевых ребер конусных кровель разной конструкции при симметричной нагрузке, а также сформулировать удобные аналитические предложения с точки зрения практики конструирования кровель данного типа.

**Изложение материала.** Рассмотрение начнём с конструкции кровли, состоящей только из главных радиальных ребер, которая характерна для ёмкостей малого диаметра (до 7 000 мм). Расчётную схему ребра можно представить в виде наклонной балки с шарнирно неподвижной опорой у основания и шарнирно подвижной по вертикали у центрального кольца жёсткости (см. рис. 1).

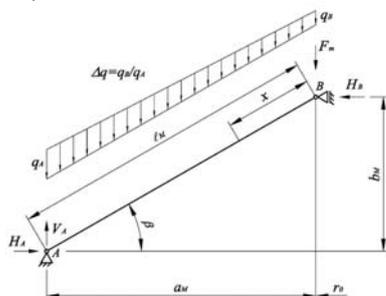


Рис. 1. Расчётная схема главного радиального ребра жёсткости для кровель без колец жёсткости

Нагрузка на ребро – распределённая трапециевидная, описывающая собственный вес конструкций и вес снегового покрова, и сосредоточенная на правой опоре, схематизирующая вес термоподвески. Отметим, что для ёмкостей малого диаметра используется, как правило, одна термоподвеска, прикреплённая к центральному кольцу жёсткости, поэтому рассматривать вариант с силой в пролёте нет смысла. Величина трапециевидной погонной нагрузки вычисляется исходя из грузовой площади ребра, которая на левой и правой опоре принимается соответственно

как соотношение диаметра ёмкости  $D_w$  или диаметра центрального кольца жёсткости  $d_0$  и количества главных радиальных балок  $n_M$  ( $\pi D_w / n_M$  и  $\pi d_0 / n_M$ ). Определение неизвестных внутренних усилий, ввиду статической определимости расчётной схемы, выполняем непосредственно с определения опорных реакций, а результаты сводим в таблицу 1.

Таблица 1

**Внутренние усилия в главной радиальной балке кровли без колец жёсткости**

Функция усилия	Выражение для усилия
$V_A, H_A, H_B$	$V_A = \frac{q_A l_M}{2} (1 + \Delta q) + F_m,$ $H_A = -H_B = \frac{6F_m(1 - \Delta H) + q_A l_M (1 + 2\Delta q)}{6 \operatorname{tg} \beta}$
$N_{q,F}(y)$	$-\sin \beta \left[ \frac{H_A}{\operatorname{tg} \beta} + F_m + q_A l_M y \left( \Delta q + \frac{y}{2} (1 - \Delta q) \right) + \Delta N \right]$
$Q_{q,F}(y)$	$q_A l_M \cos \beta \left[ y \Delta q - \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} + \Delta q \right) + \frac{y^2}{2} (1 - \Delta q) + \Delta Q \right]$
$M_{q,F}(y)$	$\frac{q_A l_M^2}{6} y \cos \beta (1 - y) [1 + y(1 - \Delta q) + 2\Delta q] + \Delta M$
Максимальный изгибающий момент в точке: $y_{M,\max} = \frac{f_M - \Delta q}{1 - \Delta q}$	
$f_M = \sqrt{\frac{1 + \Delta q + \Delta q^2}{3}} - \Delta f$	
Принятые условные обозначения: $N_{q,F}(y), Q_{q,F}(y), M_{q,F}(y)$ – функции внутренних усилий; $V_A, H_A, H_B$ – опорные реакции; $\beta$ – угол наклона кровли к горизонту; $l_M$ – длина главных радиальных балок; $a_M, b_M$ – проекции ребра жёсткости; $F_m$ – сила, создаваемая весом термоподвески.	

Из таблицы можно видеть, что функция поперечной силы и изгибающего момента не зависит от величины сосредоточенной силы, поэтому изгибные характеристики ребра будут продиктованы исключительно собственным весом и весом снегового покрова. Максимальная сжимающая сила действует на левой опоре балки, а максимальный изгибающий момент в сечении, расположенном на расстоянии  $y_{M,\max}$  от правой опоры (координата отсчитывается вдоль балки). В этом сечении

будет действовать также немалая продольная сила, поэтому для ребра оно будет расчётным. Усилия в сечении определяются по следующим формулам:

$$N_M = \frac{6F_m + q_A l_M (1 + 2\Delta q)}{6 \sin \beta},$$

$$M_{q, \max} = \frac{q_A l_M^2 \cos \beta}{18} \left( \frac{2f_M^3 - 3f_M^2 + 1}{f_M^2 - \Delta q} \right). \quad (1)$$

Заметим, что безразмерные величины  $\Delta q$  и  $f_M$  хотя и относятся к параметрам трапециевидной нагрузки, выражаются сугубо через геометрические параметры кровли, так как  $\Delta q$  это не что иное как отношение диаметров  $\Delta_D = d_0 / D_w$ . Таким образом, поперечное сечение ребра должно быть подобрано как для сжато-изогнутого стержня.

В практике конструирования кровель данного типа чаще всего используется ребро из гнутого швеллера заданной и наперёд известной толщины  $t_M$ . Отношение высоты швеллера  $h_M$  к ширине его полочки  $b_M$  также может быть принято известным, так как зачастую продиктовано технологическими требованиями прокатки или гнутья. Обозначим это отношение  $\beta_M$  и запишем приближённые формулы для площади и момента сопротивления поперечного сечения из известного справочника [3]:

$$A_M = h_M t_M c_A, \quad W_M = h_M^2 t_M c_W, \quad (2)$$

где  $c_A = 1 + 2 / \beta_M$  и  $c_W = 1 / \beta_M + 1 / 6$  – безразмерные коэффициенты площади и момента сопротивления поперечного сечения.

Подставим эти выражения в формулу для проверки прочности сжато-изогнутого элемента [4], прочность которого характеризуется величиной  $R$ . В результате получим уравнение:

$$h_M^2 R t_M c_A c_W - h_M N_M c_W - M_{\max} c_A = 0. \quad (3)$$

Решением уравнения является аналитическое и удобное для практики выражение для искомой высоты  $h_M$ :

$$h_M = \frac{|N_M| + \sqrt{N_M^2 + 4M_{\max} R t_M c_A^2 / c_W}}{2R t_M c_A}. \quad (4)$$

Если это решение подставить в формулу площади (2) и продифференцировать по  $\beta_M$ , потребовав тем самым выполнения требования минимальной массы, получим очень простой результат, не зависящий ни от нагрузки, ни от прочности  $\beta_M = 6$ , т. е. радиальная балка в виде швеллера минимальной массы должна иметь высоту в шесть раз превышающую ширину полки (вопросы местной потери устойчивости здесь, конечно же, не рассматриваются).

При рассмотрении кровли с одним кольцом жёсткости вначале полагаем, что присутствуют только главные радиальные ребра. Расчётная схема радиального ребра имеет вид рамы, в которой промежуточные кольца жёсткости заменены затяжками с приведенной продольной  $EA_3$  и изгибной  $EJ_3$  жёсткостью:

$$EA_3 = 2\pi EA_k / n_M, \quad EJ_3 = 2\pi EJ_k / n_M. \quad (5)$$

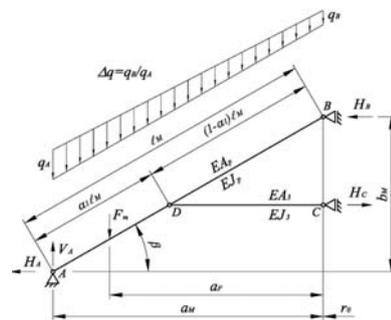


Рис. 2. Расчётная схема главного радиального ребра жёсткости для кровель с одним промежуточным кольцом жёсткости и без второстепенных балок

Затяжка в уровне основания отсутствует и заменена шарнирно неподвижной опорой в силу допущения о достаточной жёсткости опорного кольца. Отметим, что не редкостью являются схемы с шарнирно подвижной опорой и затяжкой у основания [1; 2]. Однако наши исследования показали, что для кровель цилиндрических ёмкостей рассмотрение такой расчётной схемы большого смысла не имеет, так как приведенная продольная жёсткость опорной затяжки получается достаточно большой,

что равносильно постановке шарнирно неподвижной опоры. Принятая расчётная схема показана на рисунке 2.

По этой схеме ребро может быть рассчитано на собственный вес, симметричное воздействие снегового покрова и вес термоподвески, схематизирующейся силой  $F_m$ . Приведенная схема является один раз статически неопределимой. Поиск неизвестных внутренних усилий выполняем методом сил, где в качестве основной системы принимаем схему с отброшенной опорной реакцией в точке С. После некоторых преобразований и приведения подобных получим выражения для функций усилий и перемещений в основной системе, сведённые в таблицу 2.

Искомая реакция  $H_C$  на основе данных таблицы вычисляется как отношение перемещений в основной системе по направлению отброшенной связи, вызванное фактической нагрузкой  $\Delta_{1p}$  и единичной  $\delta_{11}$ , взятое с обратным знаком. Сами перемещения вычисляются по классической формуле Мора. При этом в оценке перемещений  $\Delta_{1p}$  и  $\Delta_{1F}$  ввиду малости можно не учитывать влияние поперечных и продольных сил, а в оценке  $\delta_{11}$  – поперечных. В большинстве практически важных случаев при оценке  $\delta_{11}$  можно также отбросить влияние и продольных сил, но их вклад в суммарное перемещение может быть существенен при малой продольной жёсткости кольцевых рёбер.

Поэтому пренебрегать жёсткостными характеристиками кольцевых рёбер уместно тогда, когда они не известны, т. е. на этапе проектного расчёта.

После определения реакции условной затяжки  $H_C$  функции внутренних усилий в главном радиальном ребре описываются единым выражением:

$$R_q(y) = R_{p,q}(y) + H_{C,q} R_X(y), \quad (6)$$

$$R = N \vee Q \vee M.$$

Таблица 2  
Усилия для главных радиальных рёбер кровель с одним кольцом жёсткости

Усилие	Выражение для усилия
Общие выражения для неравномерно распределённой нагрузки и сосредоточенной силы	
$N_{X,q}(y)$	$0 \leq y \leq 1 - \alpha_1, \quad -\alpha_1 \cos \beta;$ $1 - \alpha_1 \leq y \leq 1, \quad (1 - \alpha_1) \cos \beta$
$Q_{X,q}(y)$	$0 \leq y \leq 1 - \alpha_1, \quad -\alpha_1 \sin \beta;$ $1 - \alpha_1 \leq y \leq 1, \quad (1 - \alpha_1) \sin \beta$
$M_{X,q}(y)$	$0 \leq y \leq 1 - \alpha_1, \quad \alpha_1 y l_M \sin \beta;$ $1 - \alpha_1 \leq y \leq 1, \quad (1 - \alpha_1)(1 - y) l_M \sin \beta$
$\delta_{11}$	$\frac{[\alpha_1(1 - \alpha_1) l_M \sin \beta]^2 l_M}{3EJ_M} + \frac{l_3}{EA_3}$
Неравномерно распределённая нагрузка	
$N_{p,q}(y)$	$-q_A l_M \sin \beta \left( \frac{1 + 2\Delta q}{6 \operatorname{tg}^2 \beta} + y \Delta q + y^2 \frac{1 - \Delta q}{2} \right)$
$Q_{p,q}(y)$	$q_A l_M \cos \beta \left( \frac{1 + 2\Delta q}{6} + y \Delta q + y^2 \frac{1 - \Delta q}{2} \right)$
$M_{p,q}(y)$	$\frac{q_A l_M^2 \cos \beta}{6} y [1 + 2\Delta q - y(3\Delta q + y - y \Delta q)]$
$\Delta_p$	$\frac{q_A l_M^4}{720EJ_M} \sin 2\beta \alpha_1 (1 - \alpha_1) \times$ $\times [8(1 + \alpha_1) + 3\alpha_1^2(\alpha_1 - 4) + \Delta q(1 + \alpha_1)(7 - 3\alpha_1^2)]$
Сосредоточенная сила	
$N_{p,F}(y)$	$0 \leq y \leq y_F, \quad -F_m \cos \beta (1 - y_F) / \operatorname{tg} \beta;$ $y_F \leq y \leq 1, \quad -F_m (1 - y_F \cos^2 \beta) / \sin \beta$
$Q_{p,F}(y)$	$0 \leq y \leq y_F, \quad -F_m (1 - y_F) \cos \beta;$ $y_F \leq y \leq 1, \quad F_m y_F \cos \beta$
$M_{p,F}(y)$	$0 \leq y \leq y_F, \quad F_m l_M y (1 - y_F) \cos \beta;$ $y_F \leq y \leq 1, \quad F_m l_M y_F (1 - y) \cos \beta$
$\Delta_{1F}$	$\frac{F_m l_M^3}{12EJ_M} y_F \alpha_1 \sin 2\beta (1 - \alpha_1^2 - y_F^2), \text{ если } y_F \leq \alpha_1$
$\Delta_{1F}$	$\frac{F_m l_M^3}{12EJ_M} (y_F - 1)(1 - \alpha_1) \sin 2\beta \times$ $\times [1 - \alpha_1(2 - \alpha_1) - y_F(2 - y_F)], \text{ если } y_F > \alpha_1$
Принятые обозначения	
$y_F = \frac{a_F}{l_M \cos \beta},$ $\alpha_1 = l_1 / l_M$	$y$ – координата, отсчитываемая от центрального кольца жёсткости (точки В), вдоль главной радиальной балки

Проверка несущей способности ребра выполняется на совместное действие продольного усилия и изгибающего момента. Если сосредоточенная сила отсутствует, то потенциально опасными являются три сечения: в месте примыкания кольцевого ребра жёсткости и в обоих пролётах.

При фиксированном уклоне кровли позиция экстремумов эпюры моментов определяется только двумя параметрами: положением кольцевого ребра жёсткости  $\alpha_1$  и отношением  $\Delta_D = \Delta q$ . С учетом того, что

на практике уклон кровель мало отличается от  $30^\circ$ , в таблице 3 вычислены значения относительной координаты  $u$  для этих двух параметров.

В случае наличия сосредоточенной силы опасным следует полагать сечение на нижней опоре ребра и сечение под силой. Справедливости ради подчеркнём, что расчёты, выполненные в таблице 3, не учитывают дополнительного влияния на положение экстремумов условной затяжки, которое в данном случае невелико.

Таблица 3

*Относительные координаты экстремумов эпюры моментов радиального ребра*

$\Delta q = \Delta_D$	$\alpha_1$								
	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60
0	0,378	0,356	0,331	0,301	0,265	0,217	0,144	н	н
	н	0,976	0,925	0,885	0,853	0,826	0,804	0,784	0,766
0,10	0,364	0,343	0,319	0,291	0,258	0,217	0,162	н	н
	н	0,988	0,933	0,891	0,857	0,829	0,805	0,784	0,765
0,20	0,354	0,333	0,310	0,284	0,254	0,217	0,171	0,110	н
	н	н	0,942	0,897	0,861	0,831	0,806	0,784	0,764
0,30	0,346	0,326	0,304	0,279	0,250	0,217	0,176	0,124	–
	–	–	0,950	0,903	0,865	0,833	0,807	0,784	0,763

Для поиска критического сечения ребра можно предложить ещё один вариант, связанный с использованием в качестве главной радиальной балки гнутого швеллера. Для этого запишем формулу напряжений сжато-изогнутого элемента для двух сечений, которые расцениваются как критические. Используя выражения (2), сможем записать:

$$N_1 \left[ 1 + \frac{M_1}{N_1} \frac{6(2 + \beta_M)}{h_M(6 + \beta_M)} \right] > N_2 \left[ 1 + \frac{M_2}{N_2} \frac{6(2 + \beta_M)}{h_M(6 + \beta_M)} \right]. \quad (7)$$

После введения обозначений  $c_N = N_2 / N_1$ ,  $c_M = M_2 / M_1$  и приведения подобных окончательно получим:

$$\frac{1}{6} \frac{N_1 h (1 - c_N)}{M_1 (c_M - 1)} > \frac{2 + \beta_M}{6 + \beta_M}. \quad (8)$$

Формула (8) однозначно устанавливает условие, при котором усилия  $N_2$  и  $M_2$  могут считаться более неблагоприятными для ребра, чем усилия  $N_1$  и  $M_1$ .

В кольцевых рёбрах возникают только продольные усилия сжатия. К слову сказать, растяжение рёбер также может иметь место в случае недостаточной жёсткости опорной обечайки, но в сформулированных выше допущениях мы приняли, что последняя достаточно жёсткая. Величину усилия легко найти из рассмотрения равновесия узла примыкания кольцевых рёбер к главному радиальному. Проецируя все продольные усилия на ось радиального ребра и учитывая, что при больших значениях  $n_M$  справедливо приближённое равенство  $\sin(\pi / n_M) \approx \pi / n_M$ , получим:

$$N_p = \frac{n_M}{2\pi} (N_b - N_t), \quad (9)$$

где  $N_b$  и  $N_t$  – продольные усилия в главном радиальном ребре ниже и выше кольцевого ребра жёсткости.

Если в конструкции кровли, кроме главных радиальных рёбер, присутствуют и второстепенные, расчёт рёбер немного усложняется. Это связано с тем, что на кольцевые рёбра возлагаются дополнительные функции подстропильных элементов, передающих на главные радиальные рёбра опорное давление от второстепенных.

Дополнительные трудности вызывает изгиб главных рёбер под нагрузкой, что влечёт за собой перемещение точек примыкания кольцевых рёбер к главным и, соответственно, точек примыкания второстепенных рёбер к кольцевым, а также изгибная податливость кольцевых рёбер из своей плоскости (в плоскости наименьшей жёсткости). С достаточной для практики точностью расчёт второстепенных радиальных рёбер можно вести только на изгиб, принимая в качестве основной расчётной схемы наклонную однопролётную балку с шарнирно защемлёнными концами. Распор в такой системе отсутствует, а опорное давление, передаваемое на главные радиальные балки, равно:

$$\begin{aligned} V_{S\downarrow} &= q_A l_S (2 + \Delta_S) / 6, \\ V_{S\uparrow} &= q_A l_S (1 + 2\Delta_S) / 6, \\ \Delta_S &= 1 - \alpha_1 (1 - \Delta_D). \end{aligned} \quad (10)$$

Максимальный изгибающий момент будет действовать в сечении близком к середине балки, т. е.  $y_{M,\max} \approx 0.5$ . Более точное значение можно найти по соответствующей формуле таблицы 1 при  $\Delta q \equiv \Delta_S$ . Значения изгибающего момента могут быть вычислены по формуле формулы:

$$\begin{aligned} M_{S,q}(y) &= q_A l_S^2 \cos(\beta) y \times \\ &\times \left[ 1 + 2\Delta_S - 3y\Delta_S - y^2(1 - \Delta_S) \right] / 6. \end{aligned} \quad (11)$$

Кольцевое ребро дополнительно догружается моментом и работает на сжатие с изгибом, при этом напряжения изгиба определяются как для однопролётной шарнирной балки, загруженной центральной

сосредоточенной силой  $V_{S\uparrow}$ . Усилия сжатия определяются, как и раньше, из расчёта главного радиального ребра. Само ребро может быть рассчитано по одному из вариантов рис 3.

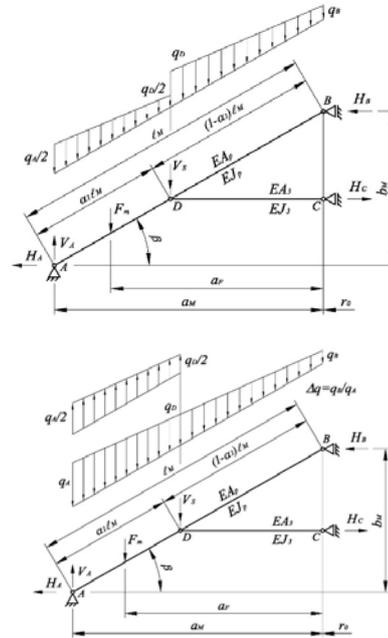


Рис. 3. Расчётная схема главного радиального ребра жёсткости для кровель с одним промежуточным кольцом жёсткости и второстепенными балками

Наиболее предпочтительным является второй вариант, так как он позволяет использовать полученные ранее зависимости из таблицы 2.

### Выводы

1. Приведены расчетные формулы для определения внутренних усилий в главной радиальной балке кровли без колец жесткости.

2. Определено местоположение критического сечения для данной кровли и предложена формула для нахождения усилия в данном сечении.

3. Установлено, что радиальная балка в виде швеллера минимальной массы должна иметь высоту в шесть раз превышающую ширину полки.

4. Получены выражения для функций усилий и перемещений, а также произведен расчет относительных координат экстремумов для определения потенциально опасных сечений в главных радиальных

рёбрах кровель с одним кольцом жёсткости и без второстепенных ребер. усилия для главного радиального ребра жёсткости в кровлях с одним

5. Предложены расчетные схемы и формульные процедуры по определению промежуточным кольцом жёсткости и второстепенными балками.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Липницкий М. Е. Купола (расчет и проектирование) / М. Е. Липницкий. – Ленинград : Изд-во лит. по стр-ву, 1973. – 127 с.
2. Металлические конструкции : в 3 т. / В. В. Горев, Б. Ю. Уваров, В. В. Филиппов [и др.] ; под ред. В. В. Горева. – Москва : Высш. школа, 2004. – Т. 1 : Элементы конструкций. – 551 с. ; т. 2 : Конструкции зданий. – 528 с. ; т. 3 : Специальные конструкции и сооружения. – 544 с.
3. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений : в 2 кн. / под ред. А. А. Уманского. – Москва : Изд-во лит. по стр-ву, 1972-1973. – Кн. 1. – 1972. – 599 с. ; кн. 2 – 1973. – 415 с.
4. Сталеві конструкції. Норми проектування : ДБН В.2.6-198:2014. – Чинний від 2015-01-01. – Київ : Міністерство України, 2014. – 199 с. – (Державні будівельні норми України).
5. Briassoulis D. Behavior of empty steel grain silos under wind loading: part 2: the stiffened conical roof shell / D. Briassoulis, D. A. Pecknold // *Engineering Structures*. – 1988. – Vol. 10, iss. 1. – P. 57–64. – Режим доступа: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/014102968890017X?via%3Dihub>.
6. Effects of different snow load arrangements on steel silo roof structures / E. Gallego, J. M. Fuentes, A. Ramírez-Gómez, F. Ayuga // *Advances in Structural Engineering*. – 2017. – Published online. – Режим доступа: <http://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/1369433217742526#>.
7. Portela G. Wind pressures and buckling of cylindrical steel tanks with a conical roof / G. Portela, L. A. Godoy // *Journal of Constructional Steel Research*. – 2005. – Vol. 61, iss. 6. – P. 786–807. – Режим доступа: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143974X04001713>.
8. Full-scale tests to measure stresses and vertical displacements in an 18.34 m-diameter agricultural steel silo roof / Á. Ramírez-Gómez, E. Gallego, J. M. Fuentes, C. González-Montellano, C. J. Porrás-Prieto, F. Ayuga // *Computers and Electronics in Agriculture*. – 2014. – Vol. 106. – P. 56–65. – Режим доступа: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168169914001318>.

### REFERENCES

1. Lipnickij M.E. *Kupola (raschet i proektirovanie)* [Domes (calculation and design)]. Leningrad, Izdatelstvo literaturyi po stroitelstvu, 1973, 127 p. (in Russian).
2. Gorev V.V., Uvarov B.Yu. and Filippov V.V. *Metallicheskie konstruksii: v 3 t.* [Metal constructions: in 3 volumes]. T. 1: *Elementy konstrukcij*. – 551 s. [Vol. 1: Elements of constructions. – 551 p.]. T. 2: *Konstrukcii zdaniy*. – 528 s. [Vol. 2: Constructions of buildings]. T. 3: *Special'nye konstruksii i sooruzheniya*. – 544 s. [Vol. 3: Special designs and structures]. Moskva, Vysshaya shkola, 2004. (in Russian).
3. Umanskij A.A. *Spravocchnik proektirovshhika promyshlennyx, zhilyx i obschestvennyx zdaniy i sooruzhenij: v 2 knigax* [Directory of the designer of industrial, residential and public buildings and structures: in 2 books]. Moskva: Izd-vo lit. po str-vu, 1972-1973. Book 1. – 1972. – 599 p., book 2. – 1973. – 415 p. (in Russian).
4. Stalevi konstruksii. Normy proektuvannia: DBN V.2.6-198:2014 [Steel structures. Design standards: The State Building Regulations V.2.6-198:2014]. Dated on 2015-01-01. Kyiv, Minrehion Ukrainy, 2014, 199 p. (in Ukrainian).
5. Briassoulis D. and Pecknold D.A. *Behavior of empty steel grain silos under wind loading: part 2: the stiffened conical roof shell*. *Engineering Structures*. 1988, vol. 10, iss. 1, pp. 57–64. Available at: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/014102968890017X?via%3Dihub>.
6. Gallego E., Fuentes J.M., Ramírez-Gómez A. and Ayuga F. *Effects of different snow load arrangements on steel silo roof structures*. *Advances in Structural Engineering*. 2017. Published online. Available at: <http://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/1369433217742526#>.
7. Portela G. and Godoy L.A. *Wind pressures and buckling of cylindrical steel tanks with a conical roof*. *Journal of Constructional Steel Research*. 2005, vol. 61, iss. 6, pp. 786–807. Available at: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143974X04001713>.
8. Ramírez-Gómez Á., Gallego E., Fuentes J.M., González-Montellano C., Porrás-Prieto C.J. and Ayuga F. *Full-scale tests to measure stresses and vertical displacements in an 18.34 m-diameter agricultural steel silo roof*. *Computers and Electronics in Agriculture*. 2014, vol. 106, pp. 56–65. Available at: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168169914001318>. 18.04.2018

Рецензент: Савицький М. В., д-р техн. наук, проф.

Надійшла до редколегії: 16.12.2017 р.