UDK 621.642:624.042
DOI: 10.30838/J.BPSACEA.2312.261218.71.450

ДО РОЗРАХУНКУ НАДІЙНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ СТАЛЕВИХ ЄМНОСТЕЙ ЗБЕРІГАННЯ

МАХІНЬКО Н. О., *канд. техн. наук*
Національний авіаційний університет, пр. Космонавта Комарова, 1, 02000, Київ, Україна, тел. +38(050)3045072, e-mail: pasargada1985@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-8120-6374

Анотація. ***Постановка проблеми***. Стаття присвячена вирішенню задачі імовірнісного розрахунку елементів сталевих ємностей для зберігання зерна з урахуванням імовірнісної природи зовнішніх впливів та міцнісних показників сталі. Розглядалися елементи, що працюють на простий розтяг чи стиск в одній площині, центральний стиск або осьову силу з моментом. Закон розподілу випадкової величини характеристик міцності сталі відповідає нормальному закону. Для випадкової величини узагальненого зусилля вид кривої розподілу приймався залежно від типу зовнішніх впливів: тиск сипкого матеріалу на стінку корпусу схематизувався нормальним розподілом, а дія снігових і вітрових навантажень – подвійним експоненціальним розподілом Гумбеля. Гранична розрахункова нерівність виражалась через безрозмірний показник коефіцієнта критичного фактору. Розрахунок проводився відповідно до класичних методів теорії імовірностей і математичної статистики. Також пропонується альтернативне вирішення задачі шляхом прямого моделювання випадкових величин із застосуванням апроксимованих виразів для найбільш складних функціональних залежностей. До них відносяться вираження коефіцієнта поздовжнього згину як функції гнучкості елементу, границі текучості сталі та типу кривої стійкості, а також залежність коефіцієнта стійкості при позацентровому стиску від умовної гнучкості та відносного приведеного ексцентриситету. Для визначення імовірності безвідмовної роботи досліджувалася не сама функція розподілу, а лише значення імовірностей, при наближенні критичного фактору до одиниці. ***Мета***. Отримати залежність для функції надійності, яка повинна мати математично просте вираження придатне для інженерного використання. **Висновок.** Доведена неможливість застосування традиційних методів для визначення надійності елементів ємності зберігання, з огляду на складність математичних викладок та великий об’єм обчислень. В рамках єдиного підходу в повністю аналітичній формі вирішена задача імовірнісного розрахунку елементів сталевих конструкцій, які працюють на розтяг чи стиск в одній площині, стиснуто-зігнутих або в умовах чистого згину.

Ключові слова: *ємність зберігання; імовірнісний розрахунок; коефіцієнт критичного фактору; функція надійності*

К РАСЧЕТУ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ СТАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ЕМКОСТЕЙ ХРАНЕНИЯ

МАХИНЬКО Н. А., *канд. техн. наук*
Национальный авиационный университет, пр. Космонавта Комарова, 1, 02000, Киев, Украина, тел. +38(050)3045072, e-mail: pasargada1985@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-8120-6374

Аннотация. ***Постановка проблемы.*** Статья посвящена решению задачи вероятностного расчета элементов стальных емкостей для хранения зерна. С учетом вероятностной природы внешних воздействий и прочностных характеристик стали. Рассмотрим элементы, которые работают на простое растяжение или сжатие в одной плоскости, центральное сжатие или испытывают влияние осевой силы с моментом. Закон распределения случайной величины характеристик прочности стали соответствует нормальному закону. Для случайной величины обобщенного усилия вид кривой распределения принимается в зависимости от типа внешних воздействий: давление сыпучего материала на стенку корпуса схематизируется нормальным распределением, а влияние снеговых и ветровых воздействий – двойным экспоненциальным распределением Гумбеля. Предельное неравенство выражается через безразмерный показатель коэффициента критического фактора. Расчет производился в соответствии с классическими методами теории вероятности и математической статистики. Также предложено альтернативное решение задачи путем прямого моделирования случайных величин с использованием аппроксимированных выражений для наиболее сложных функциональных зависимостей. К ним относятся выражения для коэффициента продольного изгиба как функции гибкости элемента, границы текучести стали и типа кривой стойкости, а также зависимости коэффициента устойчивости при внецентренном сжатии от условной гибкости и приведенного относительного эксцентриситета. Для определения вероятности безотказной работы исследовалась не сама функция распределения, а только значения вероятностей, при приближении критического фактора к единице. ***Цель.*** Получить зависимость для функции надежности, которая должна иметь математически простой вид пригодный для инженерного использования. ***Вывод.*** Доказана невозможность использования традиционных методов для определения надежности элементов емкости хранения в связи со сложностью математических выражений и большого объема вычислений. В рамках единого подхода в аналитической форме полностью решена задача задача вероятностного расчёта

(расчёта надёжности) элементов стальных конструкций, испытывающих одноосное растяжение или сжатие, сжато-изогнутых или находящихся в условиях чистого изгиба.

Ключевые слова: *емкость хранения; вероятностный расчет; коэффициент критического фактора; функция надежности*

ACCORDING TO CALCULATION OF RELIABILITY OF ELEMENTS OF STEEL CONSTRUCTIONS OF STORAGE CAPACITIES

MAKHINKO N. O., *Ph.D.*
National Aviation University,1, Kosmonavt Komarov Avenue , Kyiv, Ukraine, tel. +38(050)3045072, e-mail: pasargada1985@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-8120-6374

Abstract. ***Problem statement.*** This paper deals with is the solution of the problem of stochastic calculation of elements of the steel capacities for grain storage. The stochastic nature of external influences and strength indicators of steel was taken into account at the same time. There were considered the elements that work for a simple tension or compression in one plane, central compression, or axial force with the moment. The law of random value's distribution of the strength characteristics of steel corresponds to the normal law. For a random value of the generalized effort the shape of the distribution curve was taken, depending on the type of external influences. The pressure of the bulk material on the body wall was schematized by a normal distribution. The influence of snow and wind loads was schematized by the double exponential distribution of Gumbel. The boundary calculated inequality was expressed through the dimensionless coefficient of the critical factor. The calculation was carried out accordingly to the classical methods of stochastic theory and mathematical statistics. Also, it was proposed an alternative solution of the problem by direct modeling of random values. The approximate expressions for the most complex functional dependencies were used. They include the expression of the coefficient of longitudinal bending as a function of the element's flexibility, the yield strength of steel, the type of the stability curve, the dependence of the stability coefficient under the eccentric compression from the conditional flexibility and relative reduced eccentricity. To determine the probability of trouble-free operation, it was investigated not the distribution function itself, but only the probability values, when the critical factor is approached to one. ***Purpose.*** To obtain a dependence for the reliability function. It should have a mathematically simple expression and be suitable for the engineering use. ***Conclusion.*** It was proved that traditional methods for determining the elements' reliability of the storage capacity could not be used, because of the complexity of mathematical manipulations and the large amount of calculation. Within a single approach in a fully analytical form, it was solved the problem of stochastic calculation of elements of the steel constructions, which work for the tension or compression in one plane, compressed and bend, or under the condition of pure bending.

Keywords:. *storage capacity; stochastic calculation; coefficient of the critical factor; reliability function*

Постановка проблеми. Бурхливий розвиток сільськогосподарського сектору нашої країни викликає необхідність створення спеціальних конструкцій і споруд, на основі нових науково-технічних досягнень та з урахуванням актуальних будівельних норм. Не є виключенням і проектування сталевих ємностей для зберігання зернових, вивчення роботи яких являється пріоритетним напрямком досліджень автора [3, 8]. Автоматизація проектування та практичне впровадження розрахункових програмних комплексів на базі МКЕ, безумовно збільшує швидкість та точність розрахунків, дозволяє розширити можливості проектувальника та досягнути оптимального економічного рішення, забезпечивши виконання умов міцності та стійкості. Проте при цьому виконується тільки детермінований розрахунок в контексті методу граничних станів з використанням розрахункових значень зовнішніх навантажень та характеристик міцності матеріалу виготовлення. Успішний розв'язок завжди показує лише виконання граничної нерівності з деяким запасом і аж ніяк не може слугувати характеристикою рівня надійності конструкції. Для встановлення безпечної експлуатації ємностей зберігання, потрібно виконувати розрахунки на міцність і стійкість з урахуванням імовірнісної природи зовнішніх впливів та міцнісних показників сталі. Це вимагає застосовувати певні закони розподілу для випадкових величин міцності та узагальненого зусилля та поєднувати ці процеси залежно від прийнятого виду граничної нерівності.

Аналіз публікацій. Методи теорії імовірностей та математичної статистики під кутом зору застосування їх в практиці інженерного проектування широко висвітлені в наукових джерелах [1, 2, 6, 7]. Також варто відмітити фундаментальні праці з теорії стійкості стиснутих стрижнів, наукові доробки яких певною мірою стосуються даного дослідження [4, 9].

Цілі і задачі. Задача розрахунку надійності полягає в пошуку функції надійності, яка визначається як імовірність безвідмовної роботи. Формульна залежність при цьому повинна мати математично просте вираження придатне для інженерного використання.

Викладення матеріалу. В першу чергу важливо окреслити конструкційний ряд елементів, що був розглянутий в даній статті. Ємності зберігання загалом не відрізняються значним різновидом форм (рис. 1) та схематизуються тонкостінними оболонками (пластинами), що утворюють стінку і покриття, а також стрижневими елементами ребер жорсткості (горизонтальні та вертикальні ребра корпусу, радіальні чи кільцеві ребра покрівлі тощо).

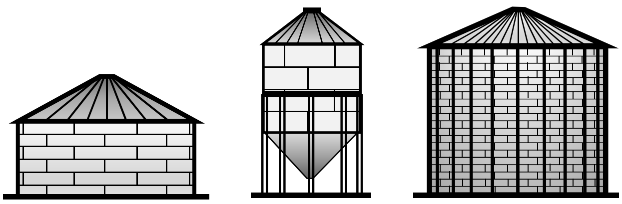

Рис. 1. Основні типи сталевих ємностей зберігання

В залежності від положення та зовнішнього зусилля елементи можуть сприймати лише простий розтяг чи стиск в одній площині, центральний стиск або осьову силу з моментом.

Певна річ, що різні види завантаження будуть впливати на кінцеве вираження функції надійності.

Ще однією важливою передумовою є вибір виду граничної нерівності, яка в загальному випадку може бути виражена через резерв несучої здатності, коефіцієнт запасу чи критичний фактор. Приймаючи до уваги складність поставленої задачі, більш доречно застосовувати показник коефіцієнта критичного фактору $\tilde{K}_R$, з огляду на відсутність одиниць вимірювання та вузьку область значень (від 0 до 1) даного параметру

$$\tilde{K}_R = \tilde{S} / \tilde{R} \le 1{,}0\,, \tag{1}$$

де $\tilde{R}$ і $\tilde{S}$ – випадкові величини узагальненої міцності та зусилля.

Фактична імовірність безвідмовної роботи елементу конструкції буде визначатися додатними коренями рівняння коефіцієнта критичного фактору при $K_R = 1$.

1. Класичний підхід. Враховуючи стохастичну природу $\tilde{R}$ і $\tilde{S}$ зазначимо їх основні статистичні характеристики – математичні очікування m_R і m_S, середньоквадратичні відхилення σ_R і σ_S, відповідні коефіцієнти варіації V_R і V_S та їх співвідношення p_S.

$$V_S = \sigma_S / m_S, V_R = \sigma_R / m_R, \quad p_S = \sigma_S / \sigma_R\,. \tag{2}$$

Закон розподілу випадкової величини характеристик міцності сталі $f_R(\square)$ відповідає нормальному закону. Для випадкової величини узагальненого зусилля вид кривої розподілу залежить від типу зовнішніх впливів. Для ємностей зберігання це найчастіше тиск сипкого матеріалу на стінку корпусу, який також схематизується нормальним розподілом, або дія снігових і вітрових навантажень. Для їх опису застосовується подвійний експоненціальний розподіл Гумбеля.

Імовірнісні характеристики коефіцієнту критичного фактору будуть визначатися залежно від зазначених параметрів.

$$m_K = V_R p_S / V_S\,. \tag{3}$$

$$\sigma_K \approx p_S \frac{V_R}{V_S} \sqrt{V_S^2 + V_R^2}\,. \tag{4}$$

$$V_K \approx \sqrt{V_S^2 + V_R^2}\,. \tag{5}$$

Щільність розподілу в загальному випадку [2]:

$$f(K_R) = \int_0^{\infty} f_R(R) f_S(K_R R) R dR - \int_{-\infty}^{0} f_R(R) f_S(K_R R) R dR. \tag{6}$$

При нормальному розподілі $\tilde{S}$ маємо

$$f_K(K_R) = \frac{1}{2\pi p_S V_R} \int_{-1/V_R}^{\infty} (1 + K_R V_R) \times \exp\left[-A_K(K_R)x^2 - 2B_K(K_R)x - C_K(K_R)\right]dx, \tag{7}$$

де $A_K(\square)$, $B_K(\square)$ і $C_K(\square)$ – безрозмірні функції.

При випадку застосування подвійного експоненціального закону Гумбеля для $\tilde{S}$

$$f_K(K_R) = \frac{1}{K_R\sqrt{2\pi}}\int_{Z_0}^{1} D_K(K_R, Z)\times \exp\left\{-0.5\left[D_K(K_R, Z) - \frac{1}{V_R}\right]^2\right\}dZ, \quad (8)$$

де $D_K(\square)$ – безрозмірна функція [5].

Подальші розрахунки для отримання кінцевого аналітичного рішення є недоцільні, оскільки практичне застосування отриманих формул неможливе.

2. Пряме моделювання. Нам вдалося отримати прості вирази (6)-(8) для обчислень основних статистичних показників коефіцієнту критичного фактору класичними методами математичної статистики. Проте сам вираз для функції розподілу імовірностей залишається невідомим. З точки зору визначення імовірності безвідмовної роботи, варто дослідити не саму функцію, а лише її «хвіст», тобто значення імовірностей, при наближенні критичного фактору до одиниці, оскільки менші імовірності не можуть виникати в будівельних конструкціях. В цьому випадку значення критичного фактору можливо виразити через властивості двох випадкових величин $\gamma_{R,i}$ і $\gamma_{S,i}$, які представляються незалежними вибірками.

$$K_{R,i} = \frac{m_S}{m_R}\cdot\frac{1+\gamma_{S,i}V_S}{1+\gamma_{R,i}V_R} = m_K\cdot\gamma_{K,i}; \quad \gamma_{K,i} = \frac{1+\gamma_{S,i}V_S}{1+\gamma_{R,i}V_R}. \quad (9)$$

Таким чином імовірнісні властивості випадкової величини $\tilde{K}_R$ будуть визначатися виключно характеристиками випадкової величини $\tilde{\gamma}_K$, а математичне очікування m_K відіграє роль коефіцієнта пропорційності і не впливає на закон розподілу. Використовуючи класичні прийоми математичної статистики було побудовано полігон і функцію розподілу для $\tilde{\gamma}_K$, а потім підібраний апроксимуючий вираз для діапазону зміни імовірностей 0,368…0,999994. Для аналітичного виразу була прийнята квадратна парабола, а для критичного фактору вираз виду

$$K_R = m_K\cdot\left(A_K y^2 + B_K y + C_K\right) \quad (10)$$

де A_K, B_K і C_K – коефіцієнти, які обчислюються методом найменших квадратів і залежать від законів розподілу випадкових величин γ_R і γ_S та їх коефіцієнтів варіації.

Проведений аналіз чисельних значень даних коефіцієнтів показав їх відносну стабільність в діапазоні практично важливих значень коефіцієнту варіації несучої здатності. Залежність A_K, B_K і C_K від коефіцієнта варіації навантаження V_S виражається формулами

$$A_K = \alpha_A V_S, \quad B_K = \alpha_B V_S, \quad C_K = 1-\alpha_C V_S, \quad (10)$$

де α_A, α_B і α_C – безрозмірні коефіцієнти, які враховують вплив коефіцієнту варіації несучої здатності. В діапазоні $V_R \in 0,05 \div 0.1$ значення коефіцієнтів можливо прийняти за таблицею 1.

Таблиця 1

Коефіцієнти пропорційності, що враховують вплив коефіцієнту варіації несучої здатності

α_A	α_B	α_C
Нормальний закон розподілу навантаження		
-0,02	0,65	0,18
Розподіл навантаження за подвійним експоненціальним законом Гумбеля		
0	0,84	0,57

Фактична імовірність безвідмовної роботи конструкції визначатиметься, як

$$y_F = \frac{\sqrt{B_K^2 - 4A_K(C_K - 1/m_K)} - B_K}{2A_K}. \quad (11)$$

Використання формули (11) цілком просте і може бути застосоване в інженерних розрахунках. Перевагою даного підходу є можливість апроксимації дослідних даних, отриманих в результаті експерименту, в діапазоні малих імовірностей за відомим законом розподілу та коефіцієнту варіації випадкової величини.

3. **Випадок центрального та позацентрового стиску**. Для таких випадків визначення критичного фактору ускладняється деякими особливостями детерміністичного розрахунку [5]. Зокрема, аналітично ускладнене вираження коефіцієнта поздовжнього згину φ як функції гнучкості елементу λ, границі текучості сталі R_y та типу кривої стійкості.

$$\varphi=\frac{E}{2\lambda^2 R_y}\left[L+\lambda^2\frac{R_y}{E}-\sqrt{L^2-39,48\lambda^2\frac{R_y}{E}}\right]; \quad (12)$$

$$L=\pi^2\left(1-\alpha+\beta\lambda\sqrt{R_y/E}\right).$$

де α і β − параметри кривої стійкості.

Для стиснуто-зігнутих елементів представлена аналогічна таблична залежність коефіцієнту стійкості при позацентровому стиску φ_e від умовної гнучкості $\bar{\lambda}$ та відносного приведеного ексцентриситету m_{ef} .

Користуватися подібними таблицями чи формулою (12) при імовірнісному розрахунку неможливо. Тому було запропоновано замінити окреслені залежності апроксимованими виразами

$$\varphi=\exp\left(-\beta\cdot\lambda^{\varepsilon}/\pi^2\cdot R_y/E\right), \quad (13)$$

де ε і δ – параметри аналогічні α і β.

$$\varphi_e=\exp\left(-0,4\bar{\lambda}^2/\pi^2\right)\cdot\exp\left(-0,4m_{ef}^{0.7}\right) \quad (14)$$

Резерв несучої здатності стиснутого елементу $\tilde{R}$ буде характеризуватися не величиною R_y, а добутком $\varphi\cdot R_y$. В цьому разі для центрально стиснутого елемента

$$K_{R,i}=m_K\cdot\gamma_{K,i}\cdot\exp\left[\beta\cdot\frac{\lambda^2}{\pi^2}\cdot\frac{m_R}{E}\cdot\gamma_{R,i}V_R\right]. \quad (15)$$

Для позацентрово стиснутого елемента

$$K_{R,i}=m_K\cdot\gamma_{K,i}\cdot\exp\left(0,4m_{ef}^{0.7}\right)\times$$
$$\times\exp\left[0,4\frac{\lambda^2}{\pi^2}\cdot\frac{m_R}{E}\cdot(1+\gamma_{R,i}V_R)\right]. \quad (16)$$

Дослідження кількісних характеристик експоненти в (14) та (15) показали, що її значення мало відрізняються від одиниці $\exp(\square)\approx 1,0$. Тому можна зробити висновок, що задача імовірнісного розрахунку елементів сталевих конструкцій, які працюють на розтяг чи стиск в одній площині, стиснуто-зігнутих або в умовах чистого згину вирішена в рамках єдиного підходу в повністю аналітичній формі. Функцію надійності елемента можна представити у вигляді

$$y_F=-\ln[-\ln(F_\gamma)]=$$
$$=\frac{\sqrt{\alpha_B^2-4\alpha_A^2(1-\alpha_C V_S-1/m_K)}-\alpha_B}{2\alpha_A}. \quad (17)$$

Звідси імовірність безвідмовної роботи в явному вигляді

$$F_\gamma=\exp\Big[-\exp\big(\alpha_B/2\alpha_A-$$
$$-\sqrt{\alpha_B^2-4\alpha_A^2(1-\alpha_C V_S-1/m_K)}\big/2\alpha_A\big)\Big] \quad (18)$$

Вид напружено-деформованого стану при цьому враховується математичним очікуванням критичного фактору, яке визначається за виразами:

- для елементів, що працюють на розтяг або стиск
$$m_K=m_S/m_R\,. \quad (18)$$
- для центрально-стиснених елементів
$$m_K=\frac{m_S}{m_R}\cdot\exp\left(\beta\cdot\frac{\lambda^2}{\pi^2}\cdot\frac{m_R}{E}\right). \quad (19)$$
- для позацентрово-стиснених елементів
$$m_K=\frac{m_S}{m_R}\cdot\exp\left(0,4\cdot\frac{\lambda^2}{\pi^2}\cdot\frac{m_R}{E}\right)\cdot\exp\left(0,4m_{ef}^{0.7}\right) \quad (20).$$

Закон розподілу міцності елемента і максимумів навантаження враховується безрозмірними коефіцієнтами наведеними в таблиці 1.

Висновки. 1. Сформульований імовірнісний підхід до пошуку функції надійності елементів сталевих ємностей зберігання, на основі дослідження випадкової величини коефіцієнту критичного фактору.

2. Відповідно до класичного розрахункового методу отримані формульні залежності статистичних характеристик та щільності розподілу критичного фактору.

3. Розглянуто альтернативне вирішення задачі із застосуванням апроксимованих виразів для найбільш складних функціональних залежностей.

4. В рамках єдиного підходу в повністю аналітичній формі вирішена задача імовірнісного розрахунку елементів сталевих конструкцій, які працюють на розтяг чи стиск в одній площині, стиснуто-зігнутих або в умовах чистого згину.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Болотин В. В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений / В. В. Болотин. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Стройиздат, 1982. – 351 с.
2. Вентцель Е. С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – 2-е изд., стер. – Москва : Высш. школа, 2000. – 383 с.
3. Махинько Н. А. Расчёт напряжённо-деформированного состояния конусных кровель при симметричной нагрузке / Н. А. Махинько // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2018. – № 1. – С. 82–89.
4. Перельмутер А. В. Устойчивость равновесия конструкций и родственные проблемы : в 3 т. / А. В. Перельмутер, В. И. Сливкер. – Москва : СКАД СОФТ, 2010-2011.
5. Сталеві конструкції. Норми проектування : ДБН В.2.6-198:2014. – Чинні від 2015-01-01. – Київ : Мінрегіон України, 2014. – 199 с. – (Державні будівельні норми України).
6. Casciati Fabio. Mathematical Models for Structural Reliability Analysis / Fabio Casciat, Brian Roberts. – USA : CRC Press LLC, 1996. – 384 p. – (Mathematical Modeling Series).
7. Lemaire Maurice Structural Reliability / Maurice Lemaire. – London : Wiley-ISTE, 2009. – 504 p.
8. Makhinko N. Stress-strain state of the storage silos under the action of the asymmetric load / N. Makhinko // Matec Web of Conference. 7th International Scientific Conference «Reliability and Durability of Railway Transport Engineering Structures and Buildings» (Transbud-2018) (Kharkiv, Ukraine, November 14-16, 2018). – Les Ulis, France : EDP Sciences, 2018. – Vol. 230. – P. 1–6. – (Structures, Buildings and Facilities).
9. Timoshenko Stephen P. Theory of Elastic Stability / Stephen P. Timoshenko, James M. Gere. – 2nd ed. Ed. – New York, USA : Dover Publications Inc., 2009. – 560 p.

REFERENCES

1. Bolotin V.V. Metody teorii veroiatnostei i teorii nadezhnosti v raschetakh sooruzhenii [*Methods of the theory of probability and the theory of reliability in the calculations of structures*]. Moskva, Stroiizdat, 1982, 351 p. (in Russian).
2. Venttsel E.S. Teoriia sluchainykh protsessov i ee inzhenernye prilozheniia [*Theory of random processes and its engineering applications*]/ Moskva, Vysshaia shkola, 2000, 383 p. (in Russian).
3. Makhinko N.O. Rozrakhunok napruzheno-deformovanoho stanu konusnykh pokrivel pry symetrychnomu navantazhenni [Calculation of the deflected mode of conical roofs under the symmetric load]. Visnyk PDABA, Dnipro, 2018, Vyp. 1,s. 74-83. (in Ukrainian). (https://doi.org/10.30838/J.BPSACEA.2312.170118.74.43)
4. Perelmuter A.V., Slivker V.I. Ustoichivost ravnovesiia konstruktsii i rodstvennye problemy : v 3 t. [*Structural equilibrium stability and related problems*]. Moskva, SKAD SOFT, 2010-2011. (in Russian).
5. Stalevi konstruktsii. Normy proektuvannia : DBN V.2.6-198:2014 [Steel structures. Design standards]. Kyiv, Minrehion Ukrainy, 2014, 199 p. (in Ukrainian).
6. Casciati F., Roberts B. Mathematical Models for Structural Reliability Analysis. USA, CRC Press, 1996, 384 p.
7. Lemaire M. Structural Reliability. London, UK, ISTE Ltd, 2009, 504 p.
8. Makhinko N. Stress-strain state of the storage silos under the action of the asymmetric load / N. Makhinko // Matec Web of Conference. Structures, Buildings and Facilities. – Les Ulis, France : EDP Sciences, 2018. – Vol. 230. – p. 1-6. (https://doi.org/10.1051/matecconf/201823002018)
9. Timoshenko S.P., Gere J.M. Theory of Elastic Stability (Dover Civil and Mechanical Engineering). Mineola, USA, Dover Publications, 2009, 560 p.

Рецензент: Савицький М. В., д-р техн. наук, проф.

Надійшла до редколегії: 07.12.2018 р.