

УДК 515.56, 515.6

DOI: 10.30838/J.BPSACEA.2312.221019.100.528

## РЕКОНСТРУЮВАННЯ ЗА ФОТОЗНІМКАМИ ПАМ'ЯТОК АРХІТЕКТУРИ, ЩО МІСТЯТЬ ПОВЕРХНІ ОБЕРТАННЯ

ЯРОВА Т. П.<sup>1\*</sup>, к. т. н., доц.,

СЕРЕДА С. Ю.<sup>2</sup>, ас.,

СОПІЛЬНЯК А. М.<sup>3</sup>, к. т. н., доц.

<sup>1\*</sup> Кафедра нарисної геометрії та графіки, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (095) 460-29-63, e-mail: [yarova.tetyana@pgasa.gmail.com](mailto:yarova.tetyana@pgasa.gmail.com), ORCID ID: 0000-0002-8504-383X

<sup>2</sup> Кафедра нарисної геометрії та графіки, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (097) 790-83-05, e-mail: [sereda.svitlana@pgasa.gmail.com](mailto:sereda.svitlana@pgasa.gmail.com), ORCID ID: 0000-0002-9989-2613

<sup>3</sup> Кафедра нарисної геометрії та графіки, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (050) 452-54-45, e-mail: [sopilniak.artem@pgasa.gmail.com](mailto:sopilniak.artem@pgasa.gmail.com), ORCID ID: 0000-0002-3067-0529

**Анотація. Постановка проблеми.** Актуальність теми реконструювання пам'яток архітектури очевидна. Досить зазначити, що цілі міста відновлювалися після світових війн у первозданному вигляді. Для складання проектів реставрації використовуються різні джерела, в тому числі й архівні фотознімки. Тому нові методи метричної обробки фотознімків мають велике значення. Загального методу реконструювання фотознімків не може бути, тому що це залежить від кількості знімків, форми зображених об'єктів, безлічі інших умов. Крайній випадок – реконструювання з одиночного фотознімка. Одне зображення без додаткових умов не визначає ні метричних, ні позиційних властивостей простору. Однак залежно від останніх можна визначити форму, розміри, дані про проекційний апарат і їх взаємне розташування. Для реконструювання знімків за обрисами проекцій поверхонь обертання використовувалося зображення одиночної поверхні, а відсутня інформація поповнювалася з поєднань різних умов іншого роду, накладених на фотознімок об'єкта. **Мета дослідження** – розробити метод геометричного реконструювання за фотознімком об'єкта, що містить ряд поверхонь обертання, які не перекривають одна одну, заснований на використанні координат точок на обрисах проекцій поверхонь, що дозволить розкрити «метод обрисів». **Висновок.** Запропонований метод реконструювання фотознімків дозволяє максимально використовувати інформацію, що міститься на них, і в поєднанні з іншими методами з'ясувати значення шуканих величин і оцінити їх точність. Метрична обробка фотознімків дає можливість виключити етап макетування, що здешевлює складання проектів реставрації.

**Ключові слова:** метод реконструкції; одиночний фотознімок; метрична обробка; апарат проєкціонування; зображення об'єкта

## РЕКОНСТРУИРОВАНИЕ ПО ФОТОСНИМКУ ПАМЯТНИКОВ АРХИТЕКТУРЫ, СОДЕРЖАЩИХ ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ

ЯРОВАЯ Т. П.<sup>1\*</sup>, к. т. н., доц.,

СЕРЕДА С. Ю.<sup>2</sup>, асс.,

СОПИЛЬНЯК А. М.<sup>3</sup>, к. т. н., доц.

<sup>1\*</sup> Кафедра начертательной геометрии и графики, Государственное высшее учебное заведение «Приднiпровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днипро, Украина, тел. +38 (095) 460-29-63, e-mail: [yarova.tetyana@pgasa.gmail.com](mailto:yarova.tetyana@pgasa.gmail.com), ORCID ID: 0000-0002-8504-383X

<sup>2</sup> Кафедра начертательной геометрии и графики, Государственное высшее учебное заведение «Приднiпровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днипро, Украина, тел. +38 (097) 790-83-05, e-mail: [sereda.svitlana@pgasa.gmail.com](mailto:sereda.svitlana@pgasa.gmail.com), ORCID ID: 0000-0002-9989-2613

<sup>3</sup> Кафедра начертательной геометрии и графики, Государственное высшее учебное заведение «Приднiпровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днипро, Украина, тел. +38 (050) 452-54-45, e-mail: [sopilniak.artem@pgasa.gmail.com](mailto:sopilniak.artem@pgasa.gmail.com), ORCID ID: 0000-0002-3067-0529

**Аннотация. Постановка проблемы.** Актуальность темы реконструкции памятников архитектуры очевидна. Достаточно отметить, что целые города восстанавливались после мировых войн в первозданном виде. Для составления проектов реставрации используются различные источники, в том числе и архивные фотоснимки. Поэтому новые методы метрической обработки фотоснимков имеют большое значение. Общего метода реконструирования фотоснимков не может быть, так как это зависит от количества снимков, формы

изображенных объектов, множества других условий. Крайний случай – реконструирование по одиночному фотоснимку. Одно изображение без дополнительных условий не определяет ни метрических, ни позиционных свойств пространства. Однако в зависимости от последних можно определить форму, размеры, данные о проецирующем аппарате и их взаимном расположении. Для реконструирования снимков по очеркам проекций поверхностей вращения использовалось изображение одиночной поверхности, а недостающая информация восполнялась из сочетаний различных условий другого рода, наложенных на фотоснимок объекта. **Цель исследования** – разработать метод геометрического реконструирования по фотоснимку объекта, содержащего ряд поверхностей вращения, не перекрывающих друг друга, основанный на использовании координат точек на очерках проекций поверхностей, что позволит раскрыть «метод очерков». **Вывод.** Предложенный метод реконструирования фотоснимков позволяет максимально использовать содержащуюся на них информацию и в сочетании с другими методами определить значения искомых величин и оценить их точность. Метрическая обработка фотоснимков дает возможность исключить этап макетирования, что удешевляет составление проектов реставрации.

**Ключевые слова:** метод реконструирования; одиночный фотоснимок; метрическая обработка; проецирующий аппарат; изображение объекта

## RECONSTRUCTION ON A PHOTO OF ARCHITECTURAL MONUMENTS CONTAINING A ROTATION SURFACES

YAROVA T.P.<sup>1\*</sup>, *Cand. Sc. (Tech.), Ass. Prof.*,  
SEREDA S.Yu.<sup>2</sup>, *Ass.*,  
SOPILNIAK A.M.<sup>3</sup>, *Cand. Sc. (Tech.), Ass. Prof.*

<sup>1\*</sup> Department of Descriptive Geometry and Graphics, State Higher Educational Institution “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-A, Chernyshevskoho St., 49600, Dnipro, Ukraine, tel. +38 (056) 756-33-80, e-mail: [yarova.tetyana@pgasa.gmail.com](mailto:yarova.tetyana@pgasa.gmail.com), ORCID ID: 0000-0002-8504-383X

<sup>2</sup> Department of Descriptive Geometry and Graphics, State Higher Educational Institution “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-A, Chernyshevskoho St., 49600, Dnipro, Ukraine, tel. +38 (097) 790-83-05, e-mail: [sereda.svitlana@pgasa.gmail.com](mailto:sereda.svitlana@pgasa.gmail.com), ORCID ID: 0000-0002-9989-2613

<sup>3</sup> Department of Descriptive Geometry and Graphics, State Higher Educational Institution “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-A, Chernyshevskoho St., 49600, Dnipro, Ukraine, tel. +38 (050) 452-54-45, e-mail: [sopilniak.artem@pgasa.gmail.com](mailto:sopilniak.artem@pgasa.gmail.com), ORCID ID: 0000-0002-3067-0529

**Abstract. Problem statement.** The relevance of the reconstruction of architectural monuments is obvious. It is enough to note that entire cities were restored after the world wars in their original form. For the preparation of restoration projects, various sources are used, including archival photographs. Therefore, new methods of metric processing of photographs are important. There can be no general method for reconstruction of photographs, since it depends on the number of pictures, the shape of the depicted objects, and many other conditions. The special case is reconstructions from a single photograph. A single image without additional conditions determines neither metric nor positional properties of space. However, depending on the latter, you can determine the shape, size, data about the projecting apparatus and their relative position. An image of a single surface was used, to reconstruct images from sketches of projections of surfaces of revolution and the missing information was made up from combinations of various conditions of a different kind superimposed on the photograph of the object. **Purpose.** To develop a method of geometric reconstruction from a photograph of an object containing a number of surfaces of revolution that do not overlap, based on the use of the coordinates of points on the sketches of the projections of the surfaces, which will allow to reveal the "sketch method". **Conclusion.** The proposed method for reconstruction of photographs allows using in maximum the information contained on them and, in combination with other methods, makes it possible to determine the values of the desired values and evaluate their accuracy. Metric processing of photographs makes it possible to eliminate the stage of prototyping for reduction of the cost of projects restoration.

**Keywords:** reconstruction method; single photograph; metric processing; projection apparatus; image of the object

**Постановка проблемы.** Актуальность темы реконструкции памятников архитектуры очевидна. Достаточно отметить, что целые города восстанавливались после мировых войн в первозданном виде. Для составления проектов реставрации используются различные источники, в том числе и

архивные фотоснимки. Поэтому новые методы метрической обработки фотоснимков имеют значение. Они дают возможность заменить этап изготовления макетов объекта точными численными методами.

**Анализ публикаций.** Общего метода реконструирования фотоснимков не может

быть, так как это зависит от количества снимков, формы изображенных объектов, множества других условий. Крайний случай – реконструирование по одиночному фотоснимку. Одно изображение без дополнительных условий не определяет ни метрических, ни позиционных свойств пространства. Однако в зависимости от последних можно определить форму, размеры, данные о проецирующем аппарате и их взаимном расположении. Такие изображения названы «условными» и исследовались в работах [2; 5].

Попытки использования очерков проекций поверхностей вращения для реконструирования таких фотоснимков и ранее имели место [3; 4]. Но для этого использовалось изображение одиночной поверхности, а недостающая для этого информация восполнялась из сочетаний различных дополнительных условий другого рода, наложенных на фотоснимок объекта.

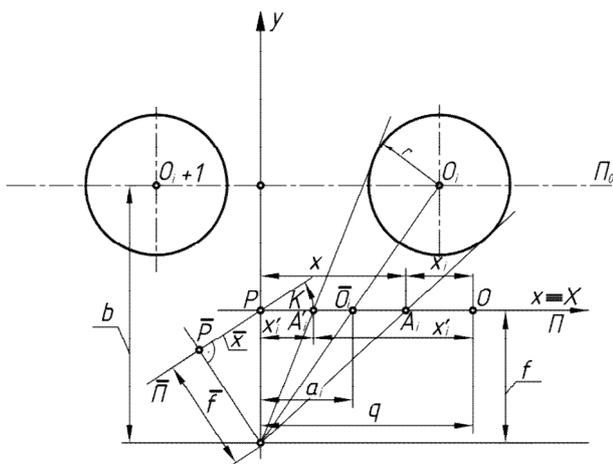


Рис. Графическая модель аппарата проецирования поверхностей вращения на плоскость  $\Pi$  /  
Fig. Graphical model of the apparatus of projection of surfaces of rotation on the plane  $\Pi$

В архитектурных формах часто встречается ряд конгруэнтных (одинаковых по форме, размерам и положению) поверхностей вращения в виде колоннад, куполов, малых архитектурных форм и т. д. Использование для реконструирования объектов по фотоснимкам очерков поверхностей вращения рассматривалось ранее в работах [5; 6].

В данной работе на примере фотоснимка колоннады предлагается реконструирование его с использованием нескольких колонн, не перекрывающих друг друга. Линии очерков при этом, очевидно, должны находиться в определенных соответствиях, подлежащих исследованию.

**Цель исследования** – разработать метод геометрического реконструирования по фотоснимку объекта, содержащего ряд поверхностей вращения, не перекрывающих друг друга, основанный на использовании координат точек на очерках проекций поверхностей, что позволит раскрыть «метод очерков» в «чистом виде».

**Изложение материала.** Рассмотрим частную в плане задачу проецирования из центра  $S$  ряда поверхностей вращения на плоскость  $\Pi$ , параллельную плоскости  $\Pi_0$ , в которой расположены оси поверхностей вращения (колонн) (рис.).

Получено уравнение (1) соответствия точечных рядов  $x \equiv x'$ , где являются соответственными точки  $A_i$  и  $A_i'$  пересечения касательных из центра  $S$  к одной окружности  $O_i$  ряда окружностей радиуса  $r$  с осью  $x$ :

$$x_i^2 + x_i'^2 - \frac{2(1-\mu^2)x_i x_i'}{1-\mu^2} - \frac{4\mu^2 f^2}{(1-\mu^2)^2} = 0, \quad (1)$$

где  $f$  – фокусное расстояние фотоснимка,

$\mu = \frac{r}{b}$ ,  $b$  – расстояние от центра  $S$  до

плоскости  $\Pi_0$  осей,  $x_i$  и  $x_i'$  – координаты

соответственных точек  $i = 1, 2$  от начала  $P$

главной точки снимка.

Из того, что параметр  $\mu$  является отношением двух величин  $r$  и  $b$ , следует,

что снимок реконструируется с точностью до подобия. Так как уравнение (1) симметрично относительно переменных  $x_i$  и

$x'_i$  (2-2 – значная инволюция), то не имеет значения, какая из соответственных точек принадлежит ряду  $x$  или  $x'$ .

Составив систему двух уравнений вида (1), для чего необходимо изображение двух колонн, находим:

$$\mu = \sqrt{\frac{(e_1 - e) - 2(c_1 - c_2)}{(e_1 - e_2) + 2(c_1 - c_2)}}, \quad (2)$$

$$f = \sqrt{\frac{e_1(1 - \mu^2)^2 - 2c_1(1 - \mu^4)}{4\mu^2}}, \quad (3)$$

$c_i$  – произведение,  $e_i$  – сумма квадратов координат  $x_i$  и  $x'_i$  от начала  $P$  соответственных пар точек  $i = 1, 2$  на оси  $x$ .

Координата  $a_i$  изображения оси колонны определяется по формуле:

$$a_i = \frac{(x_i + x'_i)(1 + \mu^2)}{2}, \quad (4)$$

где  $x_i$  и  $x'_i$  – координаты от начала  $P$  соответственных пар точек очерка этой колонны на оси  $x$ .

$$q = \frac{(n_3 + n_1)(l_2 - l_1) - (n_2 - n_1)(l_3 - l_1)}{(m_1 - m_2)[2(l_3 - l_1) - (n_3 - n_1)] + (m_1 - m_3)[(n_2 - n_1) - 2(l_2 - l_1)]}, \quad (6)$$

где  $l_i$  – произведение,  $m_i$  – сумма,  $n_i$  – сумма квадратов координат  $x$  и  $x'$  от начала  $O$  соответственных пар точек на оси  $x \equiv X$   $i = 1, 2, 3$ . Для определения главной точки  $P$  снимка необходимо изображение трёх колонн.

Таким образом, по изображению колоннады при фронтальной съёмке и известной главной точке  $P$  снимка определяется взаимное положение колоннады и проецирующего аппарата.

Для этого необходимо изображение двух колонн. Но положение главной точки  $P$  не всегда определено. Для её определения на оси  $x$  намечаем произвольную точку  $O$

нового начала отсчета координат (рис.).

Выполняем перерасчет координат новыми  $x_i$  и  $x'_i$  от начала  $O$  по формуле:

$$x_i = (q - x_i), \quad (5)$$

где  $q$  – расстояние между началами отсчётов  $P$  и  $O$ , и подставляем значение  $x_i$  в уравнение (1).

Получим новое нелинейное алгебраическое уравнение с тремя неизвестными  $f$ ,  $\mu$  и  $q$  (в виду громозкости

его запись в статье не приводится). Для нахождения неизвестных составляем систему трех уравнений полученного вида, решение которой определит расстояние  $q$ , т. е. главную точку  $P$  снимка:

Представляется возможным рассмотреть более общего случая, когда плоскость  $\bar{\Pi}$  снимка расположена под углом к плоскости  $\Pi_0$  осей колонн колоннады с угловым коэффициентом  $K$  в плане. Оси  $x$  и  $\bar{x}$  – носители соответственных пар точек связаны при этом проективным

соответствием. Для составления этого соответствия на новой оси  $\bar{x}$  необходимо изображение четырех колонн  $i = 1, 2, 3, 4$

соответственно числу неизвестных  $f, u, q,$

$K$ . Однако это усложняет метрическую обработку снимков и уменьшает точность их реконструирования. Поэтому более рационально трансформировать фотоснимок соответствующему положению фронтальной съёмки.

**Вывод.** Предложенный метод реконструирования снимков позволяет максимально использовать содержащуюся на них информацию и в сочетании с другими ОБметодами определить наиболее надежные значения искомым величин и оценить их точность. Метрическая обработка снимков позволяет исключить этап макетирования, что удешевляет составление проектов реставрации объектов.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Фотограмметрия : монография / И. Я. Бобир, А. Н. Лобанова, Г. Д. Федорук. – Москва : Недра, 1974. – 162 с.
2. Вольберг О. А. Лекции по начертательной геометрии / О. А. Вольберг. – Москва : Учпедгиз, 1947. – 212 с.
3. Пшеничный В. В. Построение прямоугольных проекций поверхностей вращения по центральной монопроекции / В. В. Пшеничный // Прикладная геометрия и инженерная графика : науч.-техн. сб. – Киев : Будівельник, 1971. – Вып. 13. – С. 74–78.
4. Слюсаренко В. И. Многозначная инволюция в метрических задачах центральных проекций / В. И. Слюсаренко // Реферативная информация о законченных научно-исследовательских работах в вузах Украинской ССР. Прикладная геометрия и инженерная графика : науч.-техн. сб. – Киев : Вища школа, 1978. – Вып. 2. – С. 47–53.
5. Четверухин Н. Ф. Условные изображения и параметрический метод их построения / Н. Ф. Четверухин // Вопросы современной начертательной геометрии : науч.-техн. сб. – Москва : Гостехиздат, 1947. – С. 89–94.
6. Яровая Т. П. Геометрическое реконструирование памятников архитектуры, содержащих ряд поверхностей вращения по их фотоснимку / Т. П. Яровая, В. И. Слюсаренко // Міжвідомчий науково-технічний збірник праць КНУТД. – Київ : КНУТД, 2005. – С. 121–124.

### REFERENCES

1. Bobir I.Ya., Lobanova A.N. and Fedoruk H.D. *Fotogrammetriya* [Photogrammetry]. Moscow : Nedra, 1974, 162 p. (in Russian).
2. Volberg O.A. *Lektsii po nachertatel'noy geometrii* [Lectures on descriptive geometry]. Moscow : Uchpedgiz, 1947, 212 p. (in Russian).
3. Pshenichny V.V. *Postroyeniye pryamougol'nykh proyeksiiy poverkhnostey vrashcheniya po tsentral'noy monoproieksii* [Construction of rectangular projections of surfaces of revolution according to the central monoproyeksii]. *Prikladnaya geometriya i inzhenernaya grafika* [Applied geometry and engineering graphics]. Kyiv : Budivelnik, 1971, issue 13, pp. 74–78. (in Russian).
4. Slyusarenko V.I. *Mnogoznachnaya involyutsiya v metricheskikh zadachakh tsentral'nikh proyeksiiy* [Multiple-valued involution in metric problems of central projections]. *Referativnaya informatsiya o zakonchennykh nauchno-issledovatel'skikh rabotakh v vuzakh Ukrainskoy SSR. Prikladnaya geometriya i inzhenernaya grafika* [Abstract information on completed research work in universities of the Ukrainian SSR. Applied Geometry and Engineering Graphics]. Kyiv : Vyshcha shkola, 1978, vol. 2, pp. 47–53. (in Russian).
5. Chetverukhin N.F. *Uslovnnyye izobrazheniya i parametricheskyy metod ikh postroyeniya* [Conditional images and the parametric method of their construction]. *Voprosy sovremennoy nachertatel'noy geometrii* [Questions of modern descriptive geometry]. Scientific and technical collection. Moscow : Gostekhizdat, 1947, pp. 89–94. (in Russian).
6. Yarovaya T.P. and Slyusarenko V.I. *Geometricheskoye rekonstruirovaniye pamyatnikov arkhitektury, sodержashchikh ryad poverkhnostey vrashcheniya po ikh fotosnimku* [Geometric reconstruction of architectural monuments containing a number of surfaces of revolution according to their photograph]. *Mizhvidomchiy naukovotekhnichnyi zbirnyk prats' KNUTD* [Interagency Scientific and Technical Collection of KNUTD]. KNUTD, 2005, pp. 121–124. (in Russian).

Надійшла до редакції 06.10.2019 р.