

УДК 624.01

DOI: 10.30838/J.BPSACEA.2312.280420.10.616

ОСОБЛИВОСТІ МЕТОДУ ЗСУВНОЇ АНАЛОГІЇ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ МІЦНОСТІ ПКД ПАНЕЛЕЙ ПІД ЧАС ЗГИНУ

БИДАКОВ А. М.^{1*}, канд. техн. наук, доц.,
ПУСТОВОЙТОВА О. М.², канд. техн. наук, доц.,
РАСПОПОВ Є. А.³, аспир.,
СТРАШКО Б. О.⁴, аспир.

^{1*} Кафедра будівельних конструкцій, Харківський національний університет міського господарства ім. О. М. Бекетова, вул. Бажанова, 17, 61000, Харків, Україна, тел. +38 (057) 707-31-07, e-mail: bidakov@kname.edu.ua, ORCID ID: 0000-0001-6394-2247

² Кафедра будівельних конструкцій, Харківський національний університет міського господарства ім. О. М. Бекетова, вул. Бажанова, 17, 61000, Харків, Україна, тел. +38 (057) 707-31-07, e-mail: oksana_pustov@ukr.net, ORCID ID: 0000-0002-5084-5533

³ Кафедра будівельних конструкцій, Харківський національний університет міського господарства ім. О. М. Бекетова, вул. Бажанова, 17, 61000, Харків, Україна, тел. +38 (057) 707-31-07, e-mail: raspopovkm@gmail.com, ORCID ID: 0000-0003-4078-4834

⁴ Кафедра будівельних конструкцій, Харківський національний університет міського господарства ім. О. М. Бекетова, вул. Бажанова, 17, 61000, Харків, Україна, тел. +38 (057) 707-31-07, e-mail: bogdanstrashko@outlook.com

Анотація. *Постановка проблеми.* Міцність панелей з поперечної клеєної деревини (ПКД) або CLT під час згину визначається γ -методом, методом Тимошенко та методом зсувної аналогії. Останній розглянуто у цій публікації та передбачає аналіз міцності шляхом розгляду ПКД панелі як системи повздовжніх стрижнів, з'єднаних між собою піддатливим поперечним шаром дошок. Залежно від конфігурації складових поперечного перерізу враховується відповідно жорсткість стержнів. Повороти поперечного перерізу відповідають класичній теорії стрижня Бернуллі. Метод зсувної аналогії відповідає γ -методу у контексті симетричних перерізів і розглядається як наближений підхід, який видає наближене рішення. **Мета роботи** полягає у теоретичному аналізі методу зсувної аналогії, що застосовується для розрахунку міцності ПКД або CLT панелей під час згину. Модулі зсуву деревини та будівельних матеріалів на її основі мають значну різницю між величиною модуля зсуву та модуля пружності, то ПКД панель можливо розглядати як промінь, що складається із двох гнучко з'єднаних поперечних шарів (промінь А і В), через що теорія балок Бернуллі застосовується для визначення деформацій згинальних елементів з урахуванням деформацій кожного шару дошок. **Висновки.** Метод зсувної аналогії дає точні результати порівняно із симетричним поперечним перерізом у двох або трьох частинах і, на відміну від γ -методу враховує довільні системи та навантаження. Визначення впливу зосереджених навантажень та внутрішніх опор для нерозрізних балок відносно точні і метод аналогії зсуву можна розглядати як ексклюзивний підхід, який здатний досить точно визначати існуючі максимуми напружень під час згину.

Ключові слова: міцність під час згину; поперечна клеєна деревина; ПКД; CLT; методика розрахунку; деформація зсуву; метод зсувної аналогії; жорсткість під час зсуву; стрижень Бернуллі

ОСОБЕННОСТИ МЕТОДА СДВИГОВОЙ АНАЛОГИИ ДЛЯ РАСЧЕТА ПРОЧНОСТИ ПКД ПАНЕЛЕЙ ПРИ ИЗГИБЕ

БИДАКОВ А. Н.^{1*}, канд. техн. наук, доц.,
ПУСТОВОЙТОВА О. М.², канд. техн. наук, доц.,
РАСПОПОВ Е. А.³, аспир.,
СТРАШКО Б. А.⁴, аспир.

^{1*} Кафедра строительных конструкций, Харьковский национальный университет городского хозяйства им. А. М. Бекетова, ул. Бажанова, 17, 61000, Харьков, Украина, тел. +38 (057) 707-31-07, e-mail: bidakov@kname.edu.ua, ORCID ID: 0000-0001-6394-2247

² Кафедра строительных конструкций, Харьковский национальный университет городского хозяйства им. А. М. Бекетова, ул. Бажанова, 17, 61000, Харьков, Украина, тел. +38 (057) 707-31-07, e-mail: oksana_pustov@ukr.net, ORCID ID: 0000-0002-5084-5533

³ Кафедра строительных конструкций, Харьковский национальный университет городского хозяйства им. А. М. Бекетова, ул. Бажанова, 17, 61000, Харьков, Украина, тел. +38 (057) 707-31-07, e-mail: raspopovkm@gmail.com, ORCID ID: 0000-0003-4078-4834

⁴ Кафедра строительных конструкций, Харьковский национальный университет городского хозяйства им. А. М. Бекетова, ул. Бажанова, 17, 61000, Харьков, Украина, тел. +38 (057) 707-31-07, e-mail: bogdanstrashko@outlook.com

Аннотация. Постановка проблемы. Прочность панелей из поперечной клееной древесины (ПКД) или CLT при изгибе определяется γ -методом, методом Тимошенко и методом оползневой аналогии. Последний рассмотрен в этой публикации и предусматривает анализ прочности путем рассмотрения ПКД панели как системы продольных стержней, соединенных между собой податливым поперечным слоем досок. В зависимости от конфигурации составляющих поперечного сечения учитывается соответственно жесткость стержней. Повороты поперечного сечения соответствуют классической теории стержня Бернулли. Метод оползневой аналогии соответствует γ -методу в контексте симметричных сечений и рассматривается как приближенный подход, который выдает приближенное решение. **Цель работы** заключается в теоретическом анализе метода оползневой аналогии, используемого для расчета прочности ПКД или CLT панелей при изгибе. Модули сдвига древесины и строительных материалов на ее основе имеют значительную разницу между величинами модуля сдвига и модуля упругости, то ПКД панель можно рассматривать как луч, состоящий из двух гибко соединенных поперечных слоев (луч А и В), поэтому теория балок Бернулли используется для определения деформаций изгибаемых элементов с учетом деформаций каждого слоя досок. **Выводы.** Метод оползневой аналогии дает точные результаты по сравнению с симметричным поперечным сечением в двух или трех частях и в отличие от γ -метода, учитывает произвольные системы и нагрузки. Определения влияния сосредоточенных нагрузок и внутренних опор для неразрезных балок относительно точные и метод аналогии сдвига можно рассматривать как эксклюзивный подход, который способен в достаточной мере определять существующие максимумы напряжений при изгибе.

Ключевые слова: прочность при изгибе; поперечная клееная древесина; ПКД; CLT; методика расчета; деформация сдвига; метод оползневой аналогии; жесткость при сдвиге; стержень Бернулли

FEATURES OF THE SHEAR ANALOGY METHOD FOR CALCULATING THE BENDING STRENGTH OF CLT PANELS

BIDAKOV A.M.^{1*}, *Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*,
PUSTOVOITOVA O.M.², *Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*,
RASPOPOV Ye.A.³, *Postgrad. Stud.*,
STRASHKO B.O.⁴, *Postgrad. Stud.*

^{1*} Department of Building Construction, O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv, 17, Bazhanova St., 61000, Kharkiv, Ukraine, tel. +38 (057) 707-31-07, e-mail: bidakov@kname.edu.ua, ORCID ID: 0000-0001-6394-2247

² Department of Building Construction, O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv, 17, Bazhanova St., 61000, Kharkiv, Ukraine, tel. +38 (057) 707-31-07, e-mail: oksana_pustov@ukr.net, ORCID ID: 0000-0002-5084-5533

³ Department of Building Construction, O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv, 17, Bazhanova St., 61000, Kharkiv, Ukraine, tel. +38 (057) 707-31-07, e-mail: raspopovkm@gmail.com, ORCID ID: 0000-0003-4078-4834

⁴ Department of Building Construction, O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv, 17, Bazhanova St., 61000, Kharkiv, Ukraine, tel. +38 (057) 707-31-07, e-mail: bogdanstrashko@outlook.com

Abstract. Problem statement. The strength of CLT panels by bending is usually calculated by the γ -method, the Tymoshenko method and the method of shear analogy. The latter is covered in this paper and provides strength analysis by considering the CLT panel as a system of longitudinals connected by a pliable transverse layer of boards. Depending on the configuration of the components of the cross section, the rigidity of the boards is taken into account. Rotation of the cross-sections corresponds to classical Bernoulli theory. The shear analogy method corresponds to the γ -method in the context of symmetric cross sections and is considered as an approximate approach that produces an approximate solution. **The purpose of the article** is a theoretical analysis of the landslide analogy method used to calculate the strength (PSD) or CLT panels in bending. As the shear modulus of wood and building materials based on it have a significant difference between the shear modulus and elastic modulus, the PCD panel can be considered as a beam consisting of two flexibly connected transverse layers (beam A and B). Thus, the theory of Bernoulli beams is used to determine the bending deformations elements taking into account deformations of each layer of boards. **Conclusions.** The shear analogy method yields accurate results compared to a symmetrical cross section in two or three parts, and unlike the γ -method, it takes into account arbitrary systems and loads. The determined effect of concentrated loads and internal supports for non-intersecting beams is relatively accurate, and the shift analogy method can be considered as an exclusive approach that can sufficiently determine the existing maximum stresses under bending.

Keywords: strength by bending; cross laminated timber; CLT; calculation method; shear deformation; shear analogy; shear stiffness; Bernoulli beam

Постановка проблеми. Поперечна клеєна деревина (ПКД) або CLT вимагають точної оцінки міцності та деформативності під час згину. Структура перпендикулярно орієнтованих дошок у суміжних шарах у ПКД панелях потребує врахуванням зсувної деформації і жорсткості повздовжніх шарів дошок. Під час вирішення цієї проблеми використано деякі результати раніше виконаних досліджень напружено деформованого стану ПКД панелей [1; 2]. Для розрахунку міцності ПКД панелей під час згину широко розповсюджені γ -метод та метод Тимошенко, які містять рекомендації щодо визначення перерізів ПКД аналогії. Ці методики наводяться у європейському нормативному документі для розрахунку дерев'яних конструкцій Єврокод-5 та у нормах Німеччини DIN1052 [3].

На сучасному етапі розвитку використання ПКД панелей у будівельній практиці значну роль відіграють технічні висновки щодо показників міцності панелей та рекомендації з виконання нагельних з'єднань з урахуванням особливостей конкретного виробника ПКД панелей.

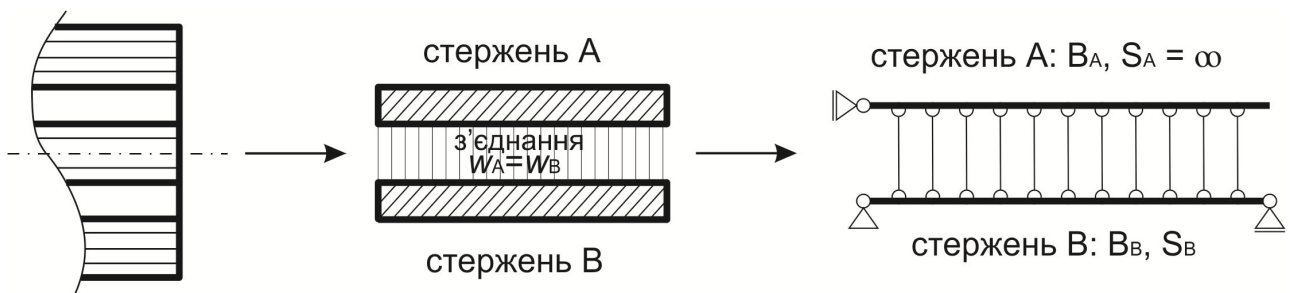


Рис. 1. Принцип методики зсувної аналогії для ПКД панелей

Цей метод розглядає напруження, виникають у повздовжніх шарах дошок, як результат зсувної жорсткості балки або стрижня А на рисунку 1, та показує результати, які враховують місце дії навантаження та місця спирання ПКД панелі. Метод аналогії зсуву базується на таких припущеннях:

1. Конструктивна поведінка представлена двома сполученими стрижнями.

2. Жорсткість при згині стрижня А відповідає моменту інерції повздовжніх

Технічні висновки видаються державними інститутами будівельних матеріалів на основі натурних лабораторних досліджень ПКД панелей відповідно до вимог стандарту EN16351 і містять вказівки щодо застосування одного з методів для розрахунку міцності під час згину.

Аналіз публікацій. Перший варіант методу розрахунку зсувної аналогії запропоновано Kreuzinger [4–7], він базується на піддатливих з'єднаннях дошок із постійною величиною жорсткості (рис. 1), що також міститься у додатку DIN1052 (додаток D.3 – Flächen aus nachgiebig miteinander verbundenen Schichten) [3].

Цей метод розрахунку також використав Burger [9] у проектуванні покрівлі виставкових павільйонів у Ганновері у 2000 році. Метод зсувної аналогії випробувався для аналізу проблем стійкості у дисертаційній роботі Scholz [10] та набув подальшого розвитку у дисертаційній роботі Mestek [8], де виконано порівняння з γ -методом, яке виявило високу збіжність для 3- та 5-шарових однопролітних ПКД панелей.

дошок, тоді як стрижень В відповідає «Штейнтермс». Ця концепція була застосована також і в γ -методі.

3. Стрижень А повинен бути жорстким під час зсуву, тоді як гнучкість до зсуву стрижня В постає результатом гнучкості поперечних шарів.

Що стосується балок із гнучко з'єднаними поперечними шарами, найважливіші проблеми можна побачити в з'єднанні під час передачі зусилля зсуву та в склеюванні окремих перерізів. Як правило,

можна сказати, що гнучкість до зсуву значною мірою базується на зсувному з'єднанні. Щодо деформації w , перпендикулярної осі стрижня, елементи поперечного перерізу піддаються однаковій

величині деформацій w . На рисунку 2 показано розподілення нормальних та дотичних напружень у поперечному перерізі ПКД панелі виходячи з концепції двох стрижнів А і В.

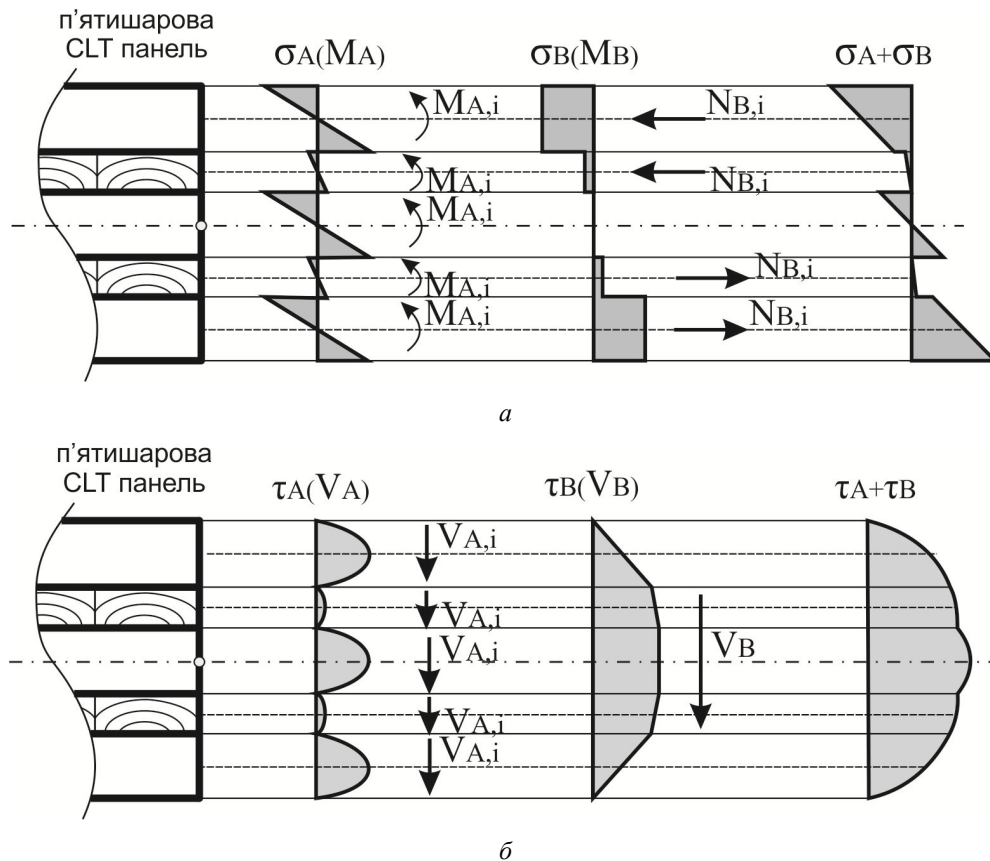


Рис. 2. Схема розподілення нормальних (а) та дотичних напружень (б) у поперечному перерізі ПКД панелі згідно з припущеннями методу зсувної аналогії

Напруження А засноване на власній жорсткості обох елементів стрижня, тоді як напруження В базується на зсувному з'єднанні. На підставі припущення, що гнучкість з'єднання заміщена на гнучкість до зсуву, створено термін «аналогія зсуву». Однак якщо не існує зсувного з'єднання, дію потрібно перенести на напруження А. З іншого боку, можна сказати, що якщо зсувне з'єднання нескінченно жорстке, передача навантаження відбувається через повний поперечний переріз відповідно до теорії згину.

Мета дослідження полягає у теоретичному аналізі методу зсувної аналогії, що застосовується для розрахунку міцності ПКД або CLT панелей під час згину. Оскільки величини модуля зсуву та

модуля пружності деревини та будівельних матеріалів на її основі мають значну різницю між собою, то ПКД панель можливо розглядати як стрижень, що складається з двох гнучко з'єднаних поперечних шарів (стержень А і В), через що теорія балок Бернуллі застосовується для визначення деформацій згинальних елементів з урахуванням деформацій кожного шару дошок.

Виклад матеріалу. В контексті методу зсувної аналогії визначення ПКД панелі як двох гнучко з'єднаних елементів поперечного перерізу зводиться до системи з двох стрижнів (А і В), які поєднуються загальною функцією прогину $w(x)$. Повороти поперечного перерізу стрижня жорсткої в зсуві А еквівалентні величині

-w'(x), що знову відповідає класичній теорії стрижня Бернуллі. Стрижні поперечного перерізу, гнучкі до зсуву В, утворюють степінь вільності $\phi(x)$. Рівняння зсувної аналогії прекрасно відповідають γ -методу в контексті симетричних перерізів (рис. 3).

Якщо шукати аналітичний розв'язок, потрібно розв'язати зв'язану систему диференціальних рівнянь четвертого порядку з $w(x)$ та другого порядку з $\phi(x)$. Однак на практиці замість аналітичного розв'язку професор Н. Kreuzinger [4–7] пропонує розрахунок із використанням двох згинальних елементів, дискретно з'єднаних у прогині. На практиці результати, отримані цим методом, достатні. Щодо дискретизації можна сказати, що це явище має лише незначний вплив на однопролітні балки з рівномірно розподіленим навантаженням.

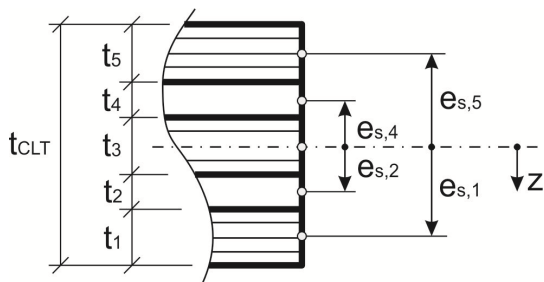


Рис. 3. Положення центра ваги поперечного перерізу під час визначення еквівалентної жорсткості

Стрижень А: жорсткість під час згину B_A , що виникає внаслідок характерного моменту інерції:

$$B_A = \sum E_i \cdot I_i = \sum E_i \cdot \frac{b \cdot t_i^3}{12},$$

$$S_A = \infty. \quad (1)$$

Стрижень В: жорсткість під час згину B_B , що виникає в результаті «Штейнер-термінів», і жорсткість під час зсуву S_B :

$$B_B = \sum E_i \cdot A_i \cdot e_{s,i}^2 = \sum E_i \cdot b \cdot t_i \cdot e_{s,i}^2; \quad (2)$$

$$S_B = \frac{a^2}{\frac{1}{b} \cdot \left(\frac{t_1}{2 \cdot G_1} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{t_i}{G_i} + \frac{t_n}{2 \cdot G_n} \right)}. \quad (3)$$

Нормальні та дотичні напруження у поперечному перерізі ПКД панелі визначаються за виразами (4)–(8), як

зображено на рисунку 2. Напруження на основі моментів M_A (стрижень А) та M_B (стрижень В):

$$M_{A,i} = M_A \cdot \frac{E_i \cdot I_i}{B_A},$$

$$\sigma_{A,i} = \pm \frac{M_{A,i}}{I_i} \cdot z_i = \pm \frac{M_A}{B_A} \cdot E_i \cdot z_i \quad (4)$$

$$N_{B,i} = \pm M_B \cdot \frac{E_i \cdot A_i \cdot e_{s,i}}{B_B},$$

$$\sigma_{B,i} = \pm \frac{N_{B,i}}{A_i} = \pm \frac{M_B}{B_B} \cdot E_i \cdot e_{s,i} \quad (5)$$

$$V_{A,i} = V_A \cdot \frac{E_i \cdot I_i}{B_A} \quad (6)$$

$$\tau_{A,i} = -V_A \cdot \frac{E_i}{B_A} \left(\frac{z_i^2}{2} - \frac{t_i^2}{8} \right). \quad (7)$$

$$\tau_{A,max,i} = 1,5 \cdot \frac{V_{A,i}}{A_i} = \frac{V_A \cdot E_i \cdot t_i^2}{8 \cdot B_A} \quad (8)$$

У контексті напружень під час згину значення модуля пружності, перпендикулярного до напрямку волокон (E_{90}), враховується, однак для ПКД доцільно приблизно встановити співвідношення E_{90} до значення модуля пружності вздовж волокон E_0 .

Висновки. Метод зсувної аналогії дає точні результати порівняно із симетричним поперечним перерізом у двох або трьох частинах і, на відміну від γ -методу, враховує довільні системи та навантаження. Визначення впливу зосереджених навантажень та внутрішніх опор для нерозрізних балок відносно точні й метод аналогії зсуву можна розглядати як ексклюзивний підхід, здатний у достатній мірі визначити існуючі максимуми напружень під час згину.

Недолік методу зсувної аналогії полягає в тому, що він здатний приблизно обчислити загальну сегментацію поперечного перерізу. Також розрахунки цим методом вимагають великих зусиль і передбачають велику дискретизацію, особливо стосовно окремих навантажень та внутрішніх опорних точок нерозрізних

балок. Зсувні напруження в межах близького діапазону окремих навантажень і внутрішніх опорних точок нерозрізних балок неможливо точно визначити. Це розглядається як результат відсутності варіантів зсувної деформації балки А.

Однак, згідно з Mestek [8], ця помилка повинна знижуватися в межах між товщиною плит та відстанню між зосередженими навантаженнями, а точніше, внутрішніми опорними точками.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Stepinac M., Bidakov A., Jockwer R., Rajcic V. Review and evaluation of design approaches for glued-in rods in East and West Europe. *World Conference on Timber Engineering*. (20–23 August, 2018). Seoul, Republic of Korea. 2018.
2. Бидаков А. Н., Распопов Е. А., Пустовойтова О. М., Страшко Б. А. Изменение прочности клееных стержней на выдергивание в поперечной клееной древесине (CLT) в зависимости от локации стержня в поперечном сечении панели. *Научный вестник строительства*. 2019. № 4 (98). С. 201–207.
3. Ehlbeck J. DIN 1052:2008: Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken – Allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau. DIN. Berlin, 2008. 201 p.
4. Kreuzinger H. Platten, Scheiben und Schalen. Bauen mit Holz, 101. Jahrgang. Heft 1. 1999. Pp. 34–39.
5. Kreuzinger H. Flächentragwerke – Platten, Scheiben und Schalen – Berechnungsmethoden und Beispiele. Fachverlag Holz Düsseldorf, 1999. Pp. 43–60.
6. Kreuzinger H. Verbundkonstruktionen aus nachgiebig miteinander verbundenen Querschnittsteilen. In: *Ingenieurholzbau Karlsruher Tage*. Bruderverlag Karlsruhe, 2000. Pp. 43–55.
7. Kreuzinger H. Verbundkonstruktionen. In: *Holzbaukalender*. Bruderverlag Karlsruhe, 2002. Pp. 598–621.
8. Mestek P. Punktgestützte Flächentragwerke aus Brettsperrholz (BSP) – Schubbemessung unter Berücksichtigung von Schubverstärkungen : Dissertation. TU : München, 2011. 274 p.
9. Burger N. Holzschalen in Brettrippenbauweise. In: *Ingenieurholzbau Karlsruher Tage*. Bruderverlag Karlsruhe, 2001. Pp. 101–119.
10. Scholz A. Ein Beitrag zur Berechnung von Flächentragwerken aus Holz : Dissertation. TU : München, 2004. 265 p.

REFERENCES

1. Stepinac M., Bidakov A., Jockwer R. and Rajcic V. Review and evaluation of design approaches for glued-in rods in East and West Europe. *World Conference on Timber Engineering*. Seoul, Republic of Korea, 20–23 August, 2018.
2. Bidakov A.N., Raspopov E.A. Pustovoitova O.M. and Strashko B.A. *Izmenenie prochnosti vkleenykh stержней na vy'dergivanie v poperechnoj kleenoy drevesine (CLT) v zavisimosti ot lokaczii stержnya v poperechnom sechenii paneli* [Change of the strength of the glued-in rods for extension in the transverse glued wood (CLT) depending on the location of the rod in the transvers section of the panel]. *Naukovij vi'snik budi'vnicztva* [Scientific Bulletin of Civil Engineering]. 2019, vol. 98, no. 4, pp. 201–207. (in Russian).
3. Ehlbeck J. DIN 1052:2008: Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken – Allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau. DIN. Berlin, 2008. 201 p. (in German).
4. Kreuzinger H. Platten, Scheiben und Schalen. Bauen mit Holz, 101. Jahrgang. Heft 1. 1999. Pp. 34–39. (in German).
5. Kreuzinger H. Flächentragwerke – Platten, Scheiben und Schalen – Berechnungsmethoden und Beispiele. Fachverlag Holz Düsseldorf, 1999. Pp. 43–60. (in German).
6. Kreuzinger H. Verbundkonstruktionen aus nachgiebig miteinander verbundenen Querschnittsteilen. In: *Ingenieurholzbau Karlsruher Tage*. Bruderverlag Karlsruhe, 2000. Pp. 43–55. (in German).
7. Kreuzinger H. Verbundkonstruktionen. In: *Holzbaukalender*. Bruderverlag Karlsruhe, 2002. Pp. 598–621. (in German).
8. Mestek P. Punktgestützte Flächentragwerke aus Brettsperrholz (BSP) – Schubbemessung unter Berücksichtigung von Schubverstärkungen : Dissertation. TU : München, 2011. 274 p. (in German).
9. Burger N. Holzschalen in Brettrippenbauweise. In: *Ingenieurholzbau Karlsruher Tage*. Bruderverlag Karlsruhe, 2001. Pp. 101–119. (in German).
10. Scholz A. Ein Beitrag zur Berechnung von Flächentragwerken aus Holz : Dissertation. TU : München, 2004. 265 p. (in German).

Надійшла до редакції: 03.02.2020 р.