Приведенные методы технического нормирования были применены при расчете трудоемкости восстановления железобетонных сооружений методом торкретирования (табл. 5).

Выводы. Предложенная методология технического нормирования, позволяющая получать среднестатистические данные трудоемкости производства работ по технологическим процессам, может служить научным обоснованием для получения и использования внутриведомственных норм затрат труда при строительстве и восстановлении железобетонных сооружений.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. **Чуб А. А.** Основы технологии ремонта и строительства бетонных железобетонных сооружений с высокоморозостойким поверхностным слоем: монография. – Запорожье : ЗГИА, 2010. – 360 с.

2. Серия «Строитель». Бетоны. Материалы. Технологии. Оборудование. – М. : Стройинформ, Ростов н/Д: Феникс, 2006. – 424 с.

3. Руководство по техническому нормированию труда рабочих в строительстве, СН. – М. : ВНИПИ труда в строительстве, 1977. – 47 с.

4. **Вознесенский В. А.** Статистические методы планирования эксперимента технико-экономических исследований / В. А. Вознесенский. – М. : Статистика, 1974. – 192 с.

5. **Васильев А. П.** Строительство и реконструкция автомобильных дорог. Справочная энциклопедия дорожника (СЭД) / А. П. Васильев, Б. С. Марышев, В. В. Силкин [и др.]. – М. : Информавтодор, 2005. – Т. 1. – 185 с.

УДК 624.07::519.832.4

КОНТИНУУМ ОПТИМАЛЬНИХ СТРАТЕГІЙ ПРОЕКТУВАЛЬНИКА В УЗАГАЛЬНЕНІЙ МОДЕЛІ ПІДБОРУ ПЛОЩ ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ БАГАТООПОРНОЇ КОНСТРУКЦІЇ З ОДНІЄЮ НЕДООЦІНКОЮ В ІНТЕРВАЛЬНИХ НЕВИЗНАЧЕНОСТЯХ

В. В. Романюк, к. т. н., доц.
Хмельницький національний університет

Ключові слова: *багатоопорна конструкція, підбір площ поперечного перерізу, недооцінка в інтервальних невизначеностях, антагоністична модель, оптимальна стратегія проектувальника, континуум оптимальних стратегій проектувальника*

Загальний опис проблеми. Однією із практично невідворотних проблем суспільства є економія і справедливий розподіл різного роду ресурсів, боротьба за які триває безперервно [1; 2]. Розподіл будівельних ресурсів в умовах невизначеності викликаний тим, що у проектуванні будівельних конструкцій завжди виникають фактори, котрі зазвичай неможливо оцінювати точковими значеннями [3; 4], і доводиться оперувати інтервальними оцінками цих факторів [5; 6]. Так, при проектуванні опорних конструкцій (не тільки з вертикальним, а й з горизонтальним навантажуванням на опорну платформу конструкції) потенційні навантаження на опори оцінюються інтервалами або відрізками ненульової міри [7; 8]. При одиничному нормуванні цих навантажень потенційні площі поперечних перерізів опор оцінюються відповідно аналогічними інтервалами або відрізками ненульової міри [9; 10]. І далі для визначення оптимальних площ поперечних перерізів опор конструкції вже використовують антагоністичну модель у формі опуклої гри на декартовому добутку деяких гіперпаралелепіпедів [11; 12]. У ядрі такої гри максимізується відношення нормованого навантаження опори до квадрата площі її поперечного перерізу, а роль другого гравця виконує проектувальник. Розв'язок, а, точніше, оптимальна поведінка проектувальника в описуваній антагоністичній грі є відомою за роботою [12], де розглядається ядро узагальненого типу з відношенням довільних степенів чистих стратегій першого та другого гравців. Щоправда, така поведінка проектувальника (набір оптимальних площ поперечних перерізів) є дійсною або допустимою лише для випадку, коли інтервальна невизначеність щодо кожної опори містить відповідну оптимальну площу її поперечного перерізу (тобто ця площа належить даному інтервалу). Тому контроль дійсності (допустимості) набору оптимальних площ поперечних перерізів багатоопорної конструкції потребує відомого обґрунтування.

Попередній аналіз відомих першоджерел із проблематики. Задача підбору площ поперечного перерізу конструкції з двома опорами розглядається і вирішується у [13], де безпосередньо використовується відома за [9] антагоністична модель у формі опуклої гри на квадраті площини $\mathbb{R}^2$. Деталі оптимізації проектування триопорних конструкцій описуються у [14], де антагоністична гра визначається своїм ядром на відповідному гіперпаралелепіпеді простору $\mathbb{R}^4$. Вже у цьому випадку з трьома опорами можуть виникати некоректні оцінки в інтервальних невизначеностях, що змушує коригувати набір оптимальних площ поперечних перерізів так, що деякі з них стають рівними одному з кінців у даних інтервалах або відрізках. Для чотирьохопорних конструкцій таке коригування, зрозуміло, також може знадобитись [15], причому у деяких ситуаціях воно відбувається у декілька етапів [16]. Взагалі, для N-опорної конструкції при $N \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ ядро

$$T(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = T(x_1, x_2, \ldots, x_{N-1}; y_1, y_2, \ldots, y_{N-1}) =$$

$$= \max\left\{ \frac{x_1}{y_1^2}, \frac{x_2}{y_2^2}, \ldots, \frac{x_{N-1}}{y_{N-1}^2}, \frac{1-\sum\limits_{k=1}^{N-1} x_k}{\left(1-\sum\limits_{k=1}^{N-1} y_k\right)^2} \right\} = \max\left\{ \left\{ \frac{x_j}{y_j^2} \right\}_{j=1}^{N-1}, \frac{1-\sum\limits_{k=1}^{N-1} x_k}{\left(1-\sum\limits_{k=1}^{N-1} y_k\right)^2} \right\} \tag{1}$$

опуклої гри задається на декартовому добутку

$$\boldsymbol{X} \times \boldsymbol{Y} = \prod_{p=1}^{2}\left(\prod_{j=1}^{N-1} \left[a_j; b_j\right] \right) \subset \prod_{d=1}^{2N-2} (0;1) \subset \prod_{d=1}^{2N-2} [0;1] \subset \mathbb{R}^{2N-2} \tag{2}$$

гіперпаралелепіпеда чистих стратегій (нормованих навантажень на опори)

$$\boldsymbol{X} = \prod_{j=1}^{N-1} \left[a_j; b_j\right] \subset \prod_{j=1}^{N-1} (0;1) \subset \mathbb{R}^{N-1} \tag{3}$$

першого гравця (низки випадкових обставин, котрі обумовлюють те чи інше реальне навантаження і які практично дуже складно враховувати з імовірнісними мірами [9]) і гіперпаралелепіпеда чистих стратегій (нормованих площ поперечних перерізів опор)

$$\boldsymbol{Y} = \prod_{j=1}^{N-1} \left[a_j; b_j\right] \subset \prod_{j=1}^{N-1} (0;1) \subset \mathbb{R}^{N-1} \tag{4}$$

другого (проектувальника), де

$$x_j \in \left[a_j; b_j\right] \subset (0; 1) \text{ при } a_j < b_j \quad \forall\ j = \overline{1, N-1} \tag{5}$$

є нормованим навантаженням на j-ту опору у формі $\left[a_j; b_j\right]$-невизначеності й

$$y_j \in \left[a_j; b_j\right] \subset (0; 1) \text{ при } a_j < b_j \quad \forall\ j = \overline{1, N-1} \tag{6}$$

є площею поперечного перерізу j-ї опори у формі тієї ж $\left[a_j; b_j\right]$-невизначеності. Звісно, завдяки нормуванню

$$\sum_{k=1}^{N} x_k = 1 \tag{7}$$

та

$$\sum_{k=1}^{N} y_k = 1, \tag{8}$$

що дозволяє понизити розмірність задачі на одиницю і шукати оптимальну стратегію проектувальника у формі $(N-1)$-вимірної точки

$$Y_* = \left[y_1^* \cdot y_2^* \cdots y_{N-1}^* \right] \in \prod_{j=1}^{N-1} \left[a_j ; b_j \right] = Y \tag{9}$$

паралелепіпеда (4). А така точка, принаймні в одному екземплярі, існує згідно з відомою теоремою про чисті оптимальні стратегії другого гравця в опуклій антагоністичній грі [9, 10]. Тут, перш за все, компоненти $\left\{ y_j^* \right\}_{j=1}^{N-1}$ точки (9) визначаються як корені рівності

$$v_* = \frac{b_j}{\left(y_j^* \right)^2} = \frac{1 - \sum_{k=1}^{N-1} a_k}{\left(1 - \sum_{k=1}^{N-1} y_k^* \right)^2} \quad \forall \ j = \overline{1, \ N-1} \tag{10}$$

з N частин, де значення гри v_* принципового змісту не має, а ось корені [12; 16] цієї рівності

$$y_j^* = \frac{\sqrt{b_j}}{\sum_{k=1}^{N-1} \sqrt{b_k} + \sqrt{1 - \sum_{k=1}^{N-1} a_k}} \quad \forall \ j = \overline{1, \ N-1} \tag{11}$$

повинні бути точками гіперпаралелепіпеда (4), тобто має бути виконано

$$y_j^* \in \left[a_j ; \, b_j \right] \ \ \forall \ j = \overline{1, \ N-1} . \tag{12}$$

Якщо виконується (11) і (12), то стратегію (9) називають регулярною [12; 17]. Якщо ж стратегія (9) не є регулярною, то це означає, що хоча б одну умову в (12) для (11) вже порушено, і рівність (10) виконується поза гіперпаралелепіпедом (4). Варіанти оптимальної поведінки проектувальника за умов порушення довільної кількості зі входжень (12) досліджені у [13 – 16; 18; 19] для конструкцій з кількістю опор від двох до чотирьох, і випадок з довільною кількістю опор ще залишається недослідженим.

Мета і завдання роботи. Вважатимемо, що у нас є N-опорна конструкція, де $N \in \mathbb{N} \backslash \{1\}$, для якої відомі інтервальні невизначеності $\left\{ \left[a_j ; \, b_j \right] \right\}_{j=1}^{N-1}$ й $\exists \ r \in \left\{ \overline{1, \ N-1} \right\}$ таке, що

$$\frac{\sqrt{b_r}}{\sum_{k=1}^{N-1} \sqrt{b_k} + \sqrt{1 - \sum_{k=1}^{N-1} a_k}} > b_r \tag{13}$$

та

$$\frac{\sqrt{b_j}}{\sum_{k=1}^{N-1} \sqrt{b_k} + \sqrt{1 - \sum_{k=1}^{N-1} a_k}} \in \left[a_j ; \, b_j \right] \ \ \forall \ j \in \left\{ \overline{1, \ N-1} \right\} \backslash \{ r \} . \tag{14}$$

Визначимо компоненти $\left\{ y_j^* \right\}_{j=1}^{N-1}$ оптимальної стратегії проектувальника (9) для такої ситуації, виокремивши відповідне твердження у теорему.

Теорема про континуум оптимальних стратегій проектувальника (9) в опуклій грі з ядром (1) за умов (13) і (14). Доведемо твердження про оптимальну стратегію проектувальника (9) в опуклій грі з ядром (1) на декартовому добутку (2) гіперпаралелепіпедів (3) і (4), компоненти якої не можуть бути прийняті як (11) в силу умов (13) і (14). Конструктивно це твердження доповнюватиме пропонований принцип антагоністичного підбору площ поперечного перерізу багатоопорної конструкції.

Теорема. При $N \in \mathbb{N} \backslash \{1, \, 2\}$ в антагоністичній грі з ядром (1) на декартовому добутку (2) гіперпаралелепіпедів (3) і (4) за умов (13) і (14) другий гравець володіє континуумом оптимальних чистих стратегій (9) з компонентою

$$y_r^* = b_r\,, \tag{15}$$

причому якщо

$$\sum_{k=1}^{N-1} b_k \leqslant 1 - \sqrt{b_r\left(1 - \sum_{k=1}^{N-1} a_k\right)}, \tag{16}$$

то компонента

$$y_j^* \in \left[\frac{1}{2}\left(\sqrt{b_r b_j} + a_j + \left(\sqrt{b_r b_j} - a_j\right)\mathrm{sign}\left(\sqrt{b_r b_j} - a_j\right)\right);\, b_j\right] \;\; \forall\; j \in \left\{\overline{1,\, N-1}\right\} \setminus \{r\}\,, \tag{17}$$

а якщо

$$\sum_{k=1}^{N-1} b_k > 1 - \sqrt{b_r\left(1 - \sum_{k=1}^{N-1} a_k\right)}\,, \tag{18}$$

то компонента

$$y_j^* \in \left[\frac{1}{2}\left(\sqrt{b_r b_j} + a_j + \left(\sqrt{b_r b_j} - a_j\right)\mathrm{sign}\left(\sqrt{b_r b_j} - a_j\right)\right);\, y_j^{\langle \max \rangle}\right] \;\; \forall\; j \in \left\{\overline{1,\, N-1}\right\} \setminus \{r\} \tag{19}$$

за умови

$$\sum_{k \in \left\{\overline{1,\, N-1}\right\} \setminus \{r\}} y_k^{\langle \max \rangle} = 1 - b_r - \sqrt{b_r\left(1 - \sum_{k=1}^{N-1} a_k\right)}\,, \tag{20}$$

у якій

$$y_j^{\langle \max \rangle} \in \left[\frac{1}{2}\left(\sqrt{b_r b_j} + a_j + \left(\sqrt{b_r b_j} - a_j\right)\mathrm{sign}\left(\sqrt{b_r b_j} - a_j\right)\right);\, b_j\right] \;\; \forall\; j \in \left\{\overline{1,\, N-1}\right\} \setminus \{r\}\,. \tag{21}$$

При $N = 2$ за умов даного твердження залишається лише компонента (15).

Доведення. Відразу зазначаємо, що з умови (13) випливає нерівність

$$y_r^* < \frac{\sqrt{b_r}}{\sum_{k=1}^{N-1} \sqrt{b_k} + \sqrt{1 - \sum_{k=1}^{N-1} a_k}}\,. \tag{22}$$

Тоді, використовуючи умову (14) разом з нерівністю (22), з рівності (10) дістаємо подвійну нерівність

$$\frac{b_r}{\left(y_r^*\right)^2} > \frac{b_j}{\left(y_j^*\right)^2} > \frac{1 - \sum_{k=1}^{N-1} a_k}{\left(1 - \sum_{k=1}^{N-1} y_k^*\right)^2} \;\; \forall\; j \in \left\{\overline{1,\, N-1}\right\} \setminus \{r\} \tag{23}$$

при

$$y_j^* = \frac{\sqrt{b_j}}{\sum_{k=1}^{N-1} \sqrt{b_k} + \sqrt{1 - \sum_{k=1}^{N-1} a_k}} \;\; \forall\; j \in \left\{\overline{1,\, N-1}\right\} \setminus \{r\}\,, \tag{24}$$

котра справедлива у межах гіперпаралелепіпеда (4). Зі співвідношення (23) добре видно, що $v_* \geqslant \frac{b_r}{\left(y_r^*\right)^2}$. Це означає, що взяття другим гравцем $y_r^* < b_r$ не може бути оптимальним, адже тоді значення гри тільки збільшуватиметься. Отже, r-ю компонентою оптимальної стратегії (9) є (15). Тоді замість (23) матимемо:

$$\frac{1}{b_r} > \frac{b_j}{\left(y_j^*\right)^2} > \frac{1 - \sum_{k=1}^{N-1} a_k}{\left(1 - b_r - \sum_{k \in \left\{\overline{1,\, N-1}\right\} \setminus \{r\}} y_k^*\right)^2} \quad \forall\ j \in \left\{\overline{1,\, N-1}\right\} \setminus \{r\}. \qquad (25)$$

З нерівності (25) видно, що компоненти $\left\{y_j^*\right\}_{j \in \left\{\overline{1,\, N-1}\right\} \setminus \{r\}}$ оптимальної стратегії проектувальника (9) повинні задовольняти нерівностям

$$\frac{1}{b_r} \geqslant \frac{b_j}{\left(y_j^*\right)^2} \quad \forall\ j \in \left\{\overline{1,\, N-1}\right\} \setminus \{r\} \qquad (26)$$

й

$$\frac{1}{b_r} \geq \frac{1 - \sum_{k=1}^{N-1} a_k}{\left(1 - b_r - \sum_{k \in \left\{\overline{1,\, N-1}\right\} \setminus \{r\}} y_k^*\right)^2}. \qquad (27)$$

З нерівності (26) маємо:

$$y_j^* \geqslant \sqrt{b_r b_j} \quad \forall\ j \in \left\{\overline{1,\, N-1}\right\} \setminus \{r\}, \qquad (28)$$

але треба ще враховувати те, що може бути як $\sqrt{b_r b_j} \geqslant a_j$, так і $\sqrt{b_r b_j} < a_j$. Тому (28) перезапишеться як

$$y_j^* \geq \frac{1}{2}\left(\sqrt{b_r b_j} + a_j + \left(\sqrt{b_r b_j} - a_j\right) sign\left(\sqrt{b_r b_j} - a_j\right)\right) \quad \forall\ j \in \left\{\overline{1,\, N-1}\right\} \setminus \{r\}. \qquad (29)$$

З нерівності (27) маємо ще одну обов'язкову умову для вибору оптимальних компонент $\left\{y_j^*\right\}_{j \in \left\{\overline{1,\, N-1}\right\} \setminus \{r\}}$:

$$1 - b_r - \sum_{k \in \{1, N-1\} \setminus \{r\}} y_k^* \geq \sqrt{b_r \left(1 - \sum_{k=1}^{N-1} a_k\right)},$$

$$\sum_{k \in \{1, N-1\} \setminus \{r\}} y_k^* \leq 1 - b_r - \sqrt{b_r \left(1 - \sum_{k=1}^{N-1} a_k\right)}.. \qquad (30)$$

Тепер з умови (30) випливає, що якщо виконано

$$\sum_{k \in \{1, N-1\} \setminus \{r\}} b_k \leq 1 - b_r - \sqrt{b_r \left(1 - \sum_{k=1}^{N-1} a_k\right)},$$

тобто якщо виконано (16), то завжди виконується (30) і може бути навіть $y_j^* = b_j$ $\forall\ j \in \left\{\overline{1,\, N-1}\right\} \setminus \{r\}$. Разом з умовою (29) це записується у формі (17). Якщо ж виконано

$$\sum_{k \in \left\{\overline{1,\, N-1}\right\} \setminus \{r\}} b_k > 1 - b_r - \sqrt{b_r \left(1 - \sum_{k=1}^{N-1} a_k\right)},$$

тобто якщо виконано (18), то повинно бути

$$\max_{\substack{y_k^*\in\left[\frac{1}{2}\left(\sqrt{b_r b_k}+a_k+\left(\sqrt{b_r b_k}-a_k\right)\mathrm{sign}\left(\sqrt{b_r b_k}-a_k\right)\right);\, b_k\right]\\ k\in\left\{\overline{1,\, N-1}\right\}\setminus\{r\}}}\left(\sum_{k\in\left\{\overline{1,\, N-1}\right\}\setminus\{r\}} y_k^*\right)=1-b_r-\sqrt{b_r\left(1-\sum_{k=1}^{N-1}a_k\right)}, \qquad (31)$$

що еквівалентно записам (20) і (21) для вибору оптимальних компонент $\left\{y_j^*\right\}_{j\in\left\{\overline{1,\, N-1}\right\}\setminus\{r\}}$ в (19). А оскільки нерівність (25) є строгою, то зміна принаймні однієї з компонент $\left\{y_j^*\right\}_{j\in\left\{\overline{1,\, N-1}\right\}\setminus\{r\}}$ може відбуватись на відрізку ненульової міри, а це й означає наявність континууму оптимальних чистих стратегій (9) другого гравця при $N\in\mathbb{N}\setminus\{1,\,2\}$. При $N=2$ за умов (13) і (14) у другого гравця є лише *r*-а компонента (15), адже вона єдина у його розпорядженні. Теорему доведено.

Відразу візначимо, що насправді завдяки строгості нерівності (25) кожна з компонент $\left\{y_j^*\right\}_{j\in\left\{\overline{1,\, N-1}\right\}\setminus\{r\}}$ може бути змінена у будь-який бік принаймні на достатньо малу величину так, що нерівність (25) залишиться у силі. Точніше, якщо

$$y_j^*\in\left(\frac{1}{2}\left(\sqrt{b_r b_j}+a_j+\left(\sqrt{b_r b_j}-a_j\right)\mathrm{sign}\left(\sqrt{b_r b_j}-a_j\right)\right);\ \frac{\sqrt{b_j}}{\sum\limits_{k=1}^{N-1}\sqrt{b_k}+\sqrt{1-\sum\limits_{k=1}^{N-1}a_k}}\right]\quad\forall\ j\in\left\{\overline{1,\, N-1}\right\}\setminus\{r\},$$

то нерівність (25) все ще залишиться у силі. Відтак при позначенні

$$Y_j=\left[\frac{1}{2}\left(\sqrt{b_r b_j}+a_j+\left(\sqrt{b_r b_j}-a_j\right)\mathrm{sign}\left(\sqrt{b_r b_j}-a_j\right)\right);\ \frac{\sqrt{b_j}}{\sum\limits_{k=1}^{N-1}\sqrt{b_k}+\sqrt{1-\sum\limits_{k=1}^{N-1}a_k}}\right]\quad\forall\ j\in\left\{\overline{1,\, N-1}\right\}\setminus\{r\}$$

можна говорити, що за умов (13) і (14) забезпечується також й $\left\{Y_j\right\}_{j\in\left\{\overline{1,\, N-1}\right\}\setminus\{r\}}$-континуум оптимальних чистих стратегій (9).

Висновок і перспективи подальших досліджень. Доведене твердження, з одного боку, дає можливість оперативно перераховувати оптимальні площі поперечних перерізів $N-1$ опор і визначати площу останньої з використанням (8), а, з іншого боку, воно породжує питання про вибір єдиної площі y_j^* із сегмента (17) або (19). Крім того, умова (13) є свідченням некоректного вибору значення b_r (його недооцінки, адже воно виявилось меншим, ніж треба), що може змусити переглянути усі інтервальні невизначеності $\left\{\left[a_j;\, b_j\right]\right\}_{j=1}^{N-1}$, не кажучи вже про розв'язок самої задачі у формі (9). Утім, необхідно враховувати й обмеженість в оцінюванні відрізків $\left\{\left[a_j;\, b_j\right]\right\}_{j=1}^{N-1}$, тому вимушений вихід на континуум оптимальних стратегій проектувальника в узагальненій моделі підбору площ поперечного перерізу багатоопорної конструкції може виявитись і неминучим. Тобто і тут виникла задача усунення невизначеностей через континууми кожного зі значень $\left\{y_j^*\right\}_{j\in\left\{\overline{1,\, N-1}\right\}\setminus\{r\}}$, котра може бути розглянута у перспективі.

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. **Smith A.** Analysis of a combined cooling, heating, and power system model under different operating strategies with input and model data uncertainty / A. Smith, R. Luck, P. J. Mago // Energy and Buildings. – 2010. – Volume 42, Issue 11. – P. 2231 – 2240.

2. Теория игр : [учеб. пособие для ун-тов] / Л. А. Петросян, Н. А. Зенкевич, Е. А. Семина – М. : Высшая школа, Книжный дом «Университет», 1998. – 304 с.

3. **Киселев В. А.** Строительная механика: Спец. курс. Динамика и устойчивость сооружений : [учебник для вузов] / В. А. Киселев – [3-е изд., испр. и доп.]. – М. : Стройиздат,

1980. – 616 с.
4. **Трухаев Р. И.** Модели принятия решений в условиях неопределённости / Р. И. Трухаев – М. : Наука, 1981. – 258 с.
5. **S. de Wit.** Analysis of uncertainty in building design evaluations and its implications / S. de Wit, G. Augenbroe // Energy and Buildings. – 2002. – Volume 34, Issue 9. – P. 951 – 958.
6. **Черноруцкий И. Г.** Методы принятия решений / И. Г. Черноруцкий. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.
7. **Дарков А. В.** Строительная механика : [учебник для строит. спец. вузов] / А. В. Дарков, Н. Н. Шапошников. – [8-е изд., перераб. и доп.]. – М. : Высш. шк., 1986. – 607 с.
8. **Alvarado Y. A.** A numerical study into the evolution of loads on shores and slabs during construction of multistorey buildings. Comparison of partial striking with other techniques / Y. A. Alvarado, P. A. Calderón, I. Gasch, J. M. Adam // Engineering Structures. – 2010. – Volume 32, Issue 10. – P. 3093 – 3102.
9. **Воробьёв Н. Н.** Теория игр для экономистов-кибернетиков / Н. Н. Воробьёв– М. : Наука, Глав. ред. физ.-мат. лит-ры, 1985. – 272 с.
10. **Романюк В. В.** Теорія антагоністичних ігор : [навчальний посібник] / В. В. Романюк – Львів : Новий Світ – 2000, 2010. – 294 с.
11. **Воробьёв Н. Н.** Основы теории игр. Бескоалиционные игры / Н. Н. Воробьёв – М. : Наука, Глав. ред. физ.-мат. лит-ры, 1984. – 496 с.
12. **Романюк В. В.** Регулярна оптимальна стратегія проектувальника у моделі дії нормованого одиничного навантаження на N-колонну будівельну конструкцію-опору / В. В. Романюк // Проблеми трибології. – 2011. – № 2. – С. 111 – 114.
13. **Романюк В. В.** Модель визначення оптимального рішення проектувальника у задачі про розрахунок повздовжньої стійкості двох елементів будівельної конструкції при дії на них нормованого стискаючого зусилля / В. В. Романюк // Пробл. трибології. – 2010. – № 1. – С. 42 – 56.
14. **Романюк В. В.** Моделювання дії нормованого одиничного навантаження на три колони однакової висоти у будівельній конструкції і знаходження оптимальної площі кожної опори / В. В. Романюк // Проблеми трибології. – 2010. – № 3. – С. 18 – 25.
15. **Romanuke V. V.** Digression on the right off-bound projector optimal strategy in four props construction being pressed uncertainly / V. V. Romanuke // Системи обробки інформації. – 2011. – Випуск 2 (92). – С. 129 – 132.
16. **Романюк В. В.** Нерегулярна ліворуч оптимальна стратегія проектувальника першого степеня у моделі усунення чотирьохелементних невизначеностей як антагоністичній грі на шестивимірному гіперпаралелепіпеді для оптимізації конструювання чотирьохопорної платформи / В. В. Романюк // Вісник Хмельн. нац. ун-ту. Тех. науки. – 2011. – № 4. – С. 74 – 82.
17. **Романюк В. В.** Обчислення оптимальних площ поперечних перерізів у конструкції з трьома опорами за умов часткової невизначеності стискаючих зусиль на елементи з поздовжньою стійкістю / В. В. Романюк // Вісник Хмельн. нац. ун-ту. Тех. науки. – 2011. – № 1. – С. 86 – 93.
18. **Романюк В. В.** Доведення тверджень для моделі дії нормованого одиничного навантаження на три колони однакової висоти у будівельній конструкції / В. В. Романюк // Пробл. трибології. – 2010. – № 4. – С. 72 – 81.
19. **Романюк В. В.** Про особливі компоненти оптимальної стратегії проектувальника у моделі дії нормованого одиничного навантаження на триколонну будівельну конструкцію / В. В. Романюк // Пробл. трибології. – 2011. – № 1. – С. 44 – 46.

УДК 539.3:624.074.435:624.073

К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПРОДОЛЬНО СЖАТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С ОДНИМ ПОПЕРЕЧНЫМ РАЗРЕЗОМ

О. В. Лихачева, асп.

Ключевые слова: *упругие круговые цилиндрические оболочки, поперечный разрез, несущая способность, устойчивость, численный анализ*

Введение. Процесс выпучивания реальных продольно сжатых упругих круговых цилиндрических оболочек среднего качества и качественных отличен от волнообразования идеальных тонкостенных цилиндров [4].Потеря устойчивости реальных конструкций