

1980. – 616 с.

4. **Трухаев Р. И.** Модели принятия решений в условиях неопределённости / Р. И. Трухаев – М. : Наука, 1981. – 258 с.

5. **S. de Wit.** Analysis of uncertainty in building design evaluations and its implications / S. de Wit, G. Augenbroe // Energy and Buildings. – 2002. – Volume 34, Issue 9. – P. 951 – 958.

6. **Черноруцкий И. Г.** Методы принятия решений / И. Г. Черноруцкий. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.

7. **Дарков А. В.** Строительная механика : [учебник для строит. спец. вузов] / А. В. Дарков, Н. Н. Шапошников. – [8-е изд., перераб. и доп.]. – М. : Высш. шк., 1986. – 607 с.

8. **Alvarado Y. A.** A numerical study into the evolution of loads on shores and slabs during construction of multistorey buildings. Comparison of partial striking with other techniques / Y. A. Alvarado, P. A. Calderón, I. Gasch, J. M. Adam // Engineering Structures. – 2010. – Volume 32, Issue 10. – P. 3093 – 3102.

9. **Воробьёв Н. Н.** Теория игр для экономистов-кибернетиков / Н. Н. Воробьёв – М. : Наука, Глав. ред. физ.-мат. лит.-ры, 1985. – 272 с.

10. **Романюк В. В.** Теорія антагоністичних ігор : [навчальний посібник] / В. В. Романюк – Львів : Новий Світ – 2000, 2010. – 294 с.

11. **Воробьёв Н. Н.** Основы теории игр. Бескоалиционные игры / Н. Н. Воробьёв – М. : Наука, Глав. ред. физ.-мат. лит.-ры, 1984. – 496 с.

12. **Романюк В. В.** Регулярна оптимальна стратегія проектувальника у моделі дії нормованого одиничного навантаження на N -колонну будівельну конструкцію-опору / В. В. Романюк // Проблеми трибології. – 2011. – № 2. – С. 111 – 114.

13. **Романюк В. В.** Модель визначення оптимального рішення проектувальника у задачі про розрахунок поздовжньої стійкості двох елементів будівельної конструкції при дії на них нормованого стискаючого зусилля / В. В. Романюк // Пробл. трибології. – 2010. – № 1. – С. 42 – 56.

14. **Романюк В. В.** Моделювання дії нормованого одиничного навантаження на три колони однакової висоти у будівельній конструкції і знаходження оптимальної площі кожної опори / В. В. Романюк // Проблеми трибології. – 2010. – № 3. – С. 18 – 25.

15. **Romanuke V. V.** Digression on the right off-bound projector optimal strategy in four props construction being pressed uncertainly / V. V. Romanuke // Системи обробки інформації. – 2011. – Випуск 2 (92). – С. 129 – 132.

16. **Романюк В. В.** Нерегулярна ліворуч оптимальна стратегія проектувальника першого степеня у моделі усунення чотирьохелементних невизначеностей як антагоністичній грі на шестивимірному гіперпаралелепіпеді для оптимізації конструювання чотирьохопорної платформи / В. В. Романюк // Вісник Хмельн. нац. ун-ту. Тех. науки. – 2011. – № 4. – С. 74 – 82.

17. **Романюк В. В.** Обчислення оптимальних площ поперечних перерізів у конструкції з трьома опорами за умов часткової невизначеності стискаючих зусиль на елементи з поздовжньою стійкістю / В. В. Романюк // Вісник Хмельн. нац. ун-ту. Тех. науки. – 2011. – № 1. – С. 86 – 93.

18. **Романюк В. В.** Доведення тверджень для моделі дії нормованого одиничного навантаження на три колони однакової висоти у будівельній конструкції / В. В. Романюк // Пробл. трибології. – 2010. – № 4. – С. 72 – 81.

19. **Романюк В. В.** Про особливі компоненти оптимальної стратегії проектувальника у моделі дії нормованого одиничного навантаження на триколонну будівельну конструкцію / В. В. Романюк // Пробл. трибології. – 2011. – № 1. – С. 44 – 46.

УДК 539.3:624.074.435:624.073

К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПРОДОЛЬНО СЖАТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С ОДНИМ ПОПЕРЕЧНЫМ РАЗРЕЗОМ

О. В. Лихачева, асп.

Ключевые слова: упругие круговые цилиндрические оболочки, поперечный разрез, несущая способность, устойчивость, численный анализ

Введение. Процесс выпучивания реальных продольно сжатых упругих круговых цилиндрических оболочек среднего качества и качественных отличен от волнообразования идеальных тонкостенных цилиндров [4]. Потеря устойчивости реальных конструкций

начинается с образования одной или нескольких вмятин, инициаторами появления которых выступают различного рода локальные возмущающие факторы, как правило, наиболее крупные вмятины начальной погиби либо локализованные начальные воздействия. В экспериментальных работах [3; 4] было показано, что потеря устойчивости, которая сопровождается потерей их несущей способности, происходит в процессе деформирования при достижении в области возмущения предельной точки. Этот факт был подтвержден численными исследованиями [7] в среде программного комплекса (ПК) ANSYS при изучении деформирования и выпучивания продольно сжатых оболочек при наличии локализованных поперечных воздействий. Очевидно, что поперечный разрез ограниченных размеров можно, в определенной степени, рассматривать как локализованное начальное возмущение.

Целью настоящей работы является изучение особенностей деформирования и выпучивания, в том числе и по собственной форме, продольно сжатых упругих круговых цилиндрических оболочек при наличии одного поперечного разреза, а также оценка их несущей способности для двух видов и условий статического нагружения. Результаты работ, в которых проводились исследования устойчивости продольно сжатых оболочек, поврежденных как несколькими большими продольными разрезами [5; 6], так и одним продольным разрезом переменной длины [8], указывают на возможность успешного анализа рассматриваемого класса оболочек.

Методика численного исследования. Анализ линейной и геометрически нелинейной задачи устойчивости проводился МКЭ в среде ПК ANSYS для оболочек, выполненных из материала с модулем упругости $E = 191 \text{ ГПа}$, условным пределом текучести $\sigma_{02} = 800 \text{ МПа}$ и коэффициентом Пуассона $\nu = 0,3$. Толщина оболочек принималась $h = 0,305 \text{ мм}$ ($R/h = 300$), внутренний диаметр – $2R = 183 \text{ мм}$, относительная длина – $L/R = 2,1$ ($L = 192 \text{ мм}$). Поперечный разрез моделировался рассечением нулевой толщины. При этом его величина l составляла от 0 до 1,0 длины одной квадратной волны (что отвечает $2\pi R/16 \approx 36 \text{ мм}$) [2] с шагом 0,1 и от 1,0 до 4,0 с шагом 1,0 (наибольший разрез соответствует углу охвата 90°).

В численном исследовании, благодаря наличию плоскости симметрии, с целью рационального использования ресурса ЭВМ рассматривалась половина оболочки (рис. 1, а). Конечно-элементная модель (К-ЭМ) цилиндрической оболочки создавалась при помощи элемента SHELL 181 из стандартной библиотеки КЭ ПК ANSYS, предназначенного для расчета оболочек с малой и умеренной толщиной, а также применяемого для расчетов геометрически нелинейных задач с большими деформациями и поворотами. КЭ были квадратными в плане со стороной 3 мм. Ввиду наличия свободного продольного края дополнительно осуществлялось уменьшение элементов вдоль линий рассечения оболочки (см. рис. 1, б). При этом общее число КЭ составляло от 6 200 до 7 700 в зависимости от величины поперечного разреза.

Условия закрепления торцов соответствовали шарнирному опиранию: по всей длине полуокружности верхней и нижней кромок оболочки полностью ограничивались радиальные и тангенциальные перемещения. В плоскости симметрии оболочки накладывались симметричные граничные условия. Вертикальное перемещение оболочки как целого ограничивалось в среднем по высоте сечения, но со свободными краями рассечений. Кроме того, было рассмотрено два типа приложения основной нагрузки, которые будут приведены ниже.

Для описанных моделей проводились следующие расчеты: 1) линейный расчет на устойчивость с учетом моментности линейного докритического деформирования, в ходе которого определялись минимальные собственные значения (N^{cr}) и формы потери устойчивости; 2) геометрически нелинейный расчет статического напряженно-деформируемого состояния, в ходе которого отыскивались предельная нагрузка (N^{lim}) и соответствующая ей форма деформирования оболочки; 3) геометрически нелинейный расчет оболочки с бифуркационной погибью $w_0 = 0,25 h$, полученной из предварительного линейного расчета на устойчивость.

Возвращаясь к граничным условиям, отметим, что все расчеты проводились для двух видов статического нагружения: кинематического (задавались одинаковые продольные перемещения точек краев оболочки) и силового (задавались равномерно распределенные по кромкам усилия). Согласно классификации граничных условий [7], они отвечают схемам нагружения 4 и 5 соответственно (см. рис. 2). В случае кинематического нагружения нагрузки N^{cr} и N^{lim} определялись как равнодействующие реакций в узлах на верхней кромке К-ЭМ оболочки.

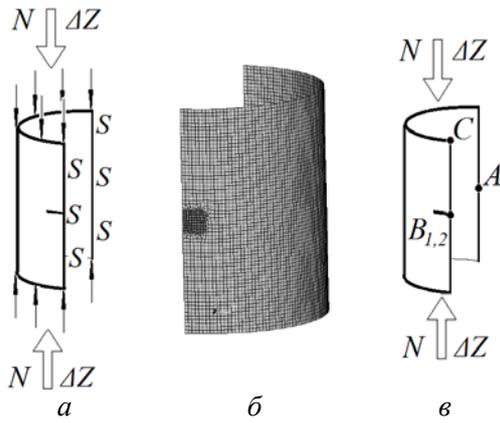


Рис.1. Схема оболочки с одним поперечным разрезом (а), ее К-ЭМ (б), а также характерные точки оболочки (в)

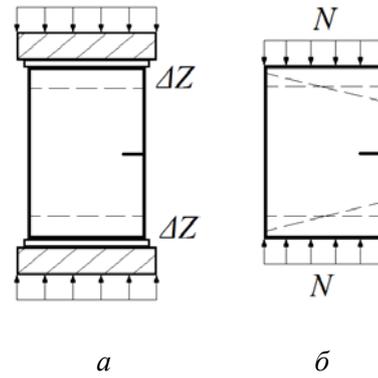


Рис. 2. Схемы [7] нагружения оболочки: кинематическая, 4 – жесткая машина (а) и силовая, 5 – мягкая машина (б)

Результаты и их обсуждение. Результаты численного исследования устойчивости оболочек приведены на рисунке 2 в виде зависимостей безразмерных параметров критических $\bar{N}^{cr} = N^{cr} / N^{cl}$ и предельных нагрузок $\bar{N}^{lim} = N^{lim} / N^{cl}$ от размера l для силового (а) и кинематического (б) нагружения. Здесь N^{cl} – классическое значение критической нагрузки оболочки при равномерном осевом сжатии, определяемое по формуле $N^{cl} = 2\pi Eh^2 / \sqrt{3(1-\nu^2)}$.

На рисунке 3, а светлые кружки соответствуют критическим нагрузкам линейного расчета (тип расчета 1), темные – предельным нагрузкам нелинейного расчета (тип расчета 2), а черно-белые – предельным нагрузкам для оболочек с бифуркационной погибью (тип расчета 3). На рисунке 3, б светлыми квадратами представлены критические нагрузки линейного расчета (тип расчета 1), темными – предельные нагрузки нелинейного расчета (тип расчета 2) и черно-белыми – нагрузки потери устойчивости, полученные в ходе нелинейного расчета для оболочек с бифуркационной погибью (тип расчета 3). Кроме того, светлыми ромбами здесь также отмечены первые предельные точки, полученные в ходе расчета 3.

Анализ приведенных на рисунке 3, а зависимостей показывает, что для случая силового нагружения критические нагрузки оказываются выше предельных в диапазоне малых разрезов при $l = 0 - 0,9$. Для больших поперечных разрезов при $l = 1,0 - 4,0$ наблюдается инверсия, характеризующаяся очень низкими значениями критических нагрузок. Дополнительный расчет 3 показывает, что при значительной величине разрезов после достижения оболочкой точки бифуркации разрушения не происходит. Свободно опертые края разреза расходятся, но оболочка продолжает нести возрастающую нагрузку. Потеря несущей способности происходит при достижении предельной точки. Характерные формы деформирования оболочек с такими повреждениями приведены на рисунке 4, к-м. Здесь для нелинейных расчетов следует отметить симметричное движение краев разреза к центру кривизны оболочки, а также появление дополнительной выпучины за пределами рассечения.

В области очень малых разрезов при $l = 0,2; 0,25$ оболочке «неудобно» деформироваться в соответствии с заданной наперед бифуркационной формой (рис. 4, а), и предельные нагрузки расчета 3 в таком случае оказываются выше нагрузок потери устойчивости, получаемых при нелинейном расчете НДС оболочки. Для оболочки с разрезом $l = 0,3$ нагрузкой, определяющей исчерпание несущей способности, также оказывается получаемая в ходе расчета 2 предельная нагрузка (несмотря на то, что расчет 2 оказывается выше расчета 3). Это подтверждается анализом форм деформирования оболочки (см. рис. 4, а – е), где в результате нелинейного расчета 2 получается менее энергоемкая форма (с одной вмятиной вблизи разреза – рис. 4, д).

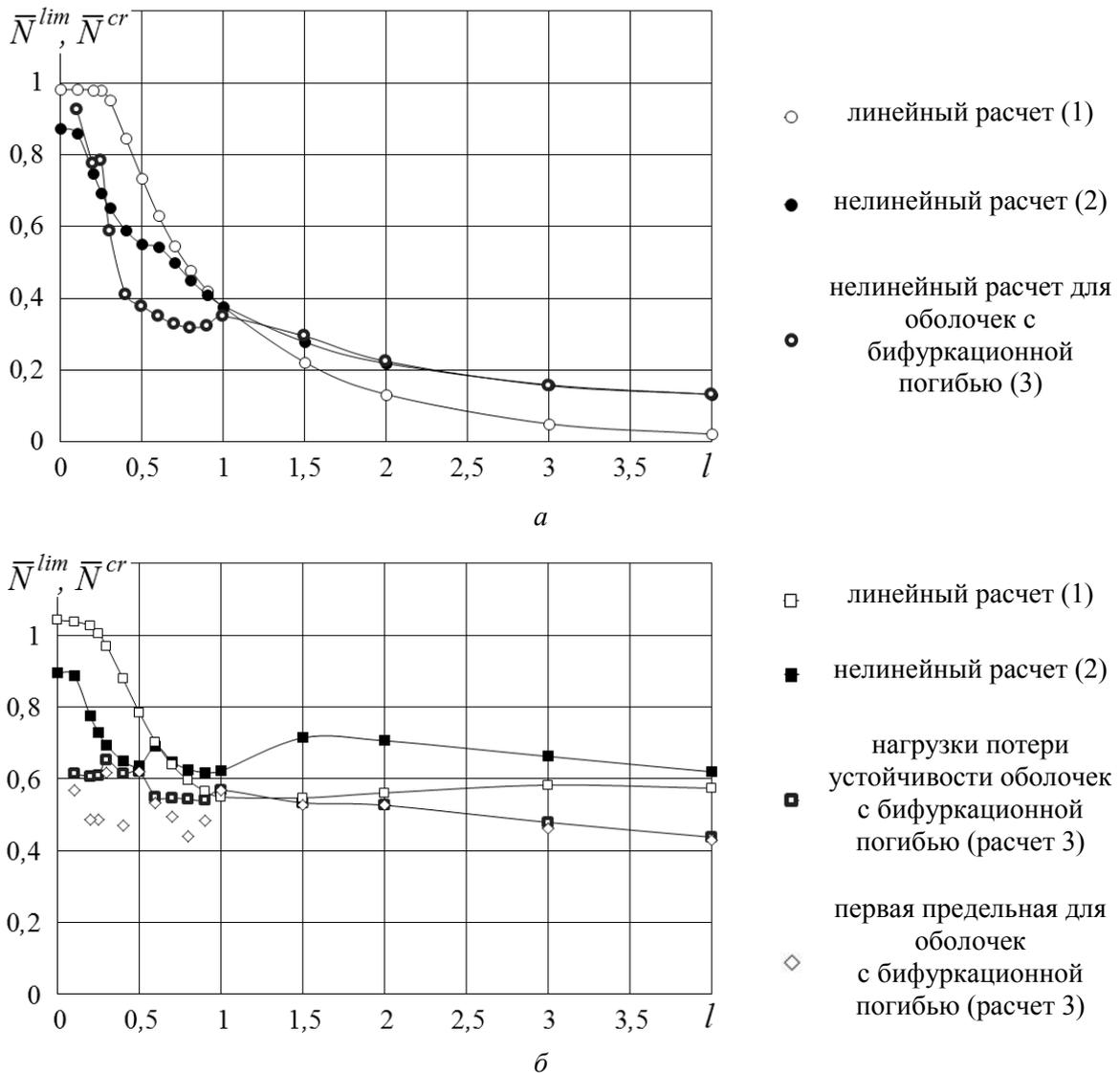


Рис. 3. Зависимости относительных критических и предельных нагрузок от величины разреза l для силового (а) и кинематического (б) нагружений

Нагрузки потери устойчивости для оболочек, ослабленных разрезом $l = 0,4 - 0,9$, оказываются чувствительными к точкам бифуркации. Исчерпание несущей способности таких оболочек происходит раньше достижения предельной точки, получаемой в ходе расчета 2. Здесь при определении несущей способности следует ориентироваться на нагрузки, получаемые при расчете 3. Формы потери устойчивости для таких оболочек представлены на рисунке 4, $ж - и$. Здесь помимо одной вмятины вблизи разреза, наблюдаемой ранее и для оболочек с малыми l , следует также отметить появление сопутствующей выпучины, ранее отмеченной для оболочек с большим повреждением.

На рисунке 5 приведены результаты сравнения значений критических и предельных нагрузок, найденных для двух рассматриваемых условий нагружения. Безразмерный параметр $k = \bar{N}_4 / \bar{N}_5$ отвечает отношению критических (или предельных нагрузок) для кинематического нагружения (схема 4 классических граничных условий [7]) к таким же нагрузкам для силового нагружения (неклассическое граничное условие – схема 5). Как видно из графика, более жесткие условия нагружения, реализуемые для схемы 4, обеспечивают более высокие нагрузки потери устойчивости как для линейного, так и для нелинейного расчетов. Наибольшие расхождения отмечаются для оболочек с большими разрезами. Для расчета 3 в области малых величин разреза нагрузки, получаемые для силового нагружения, оказываются выше, чем для случая кинематического нагружения. Это объясняется ужесточением оболочки, вызванным ранее уже упомянутым стеснением ее деформирования по бифуркационной форме.

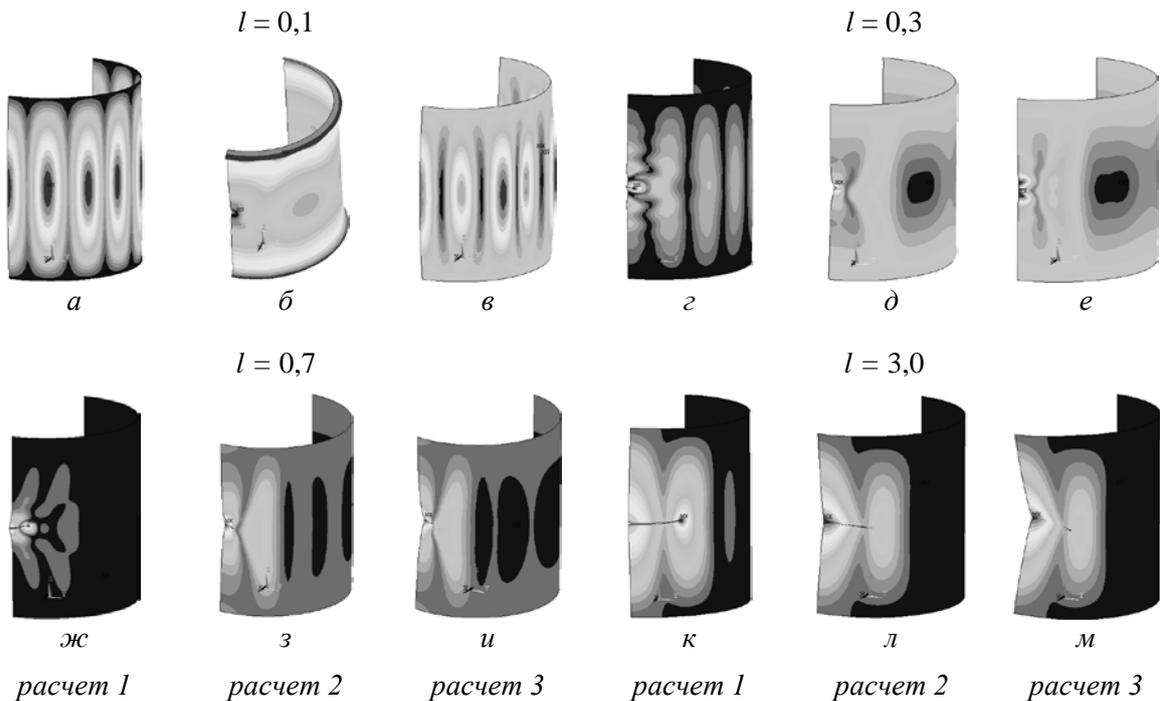


Рис.4. Характерные формы потери устойчивости (расчет 1) и формы нелинейного деформирования (расчет 2 и 3) цилиндрических оболочек с одним поперечным разрезом при силовом нагружении

При проведении натурных испытаний [1] с целью обеспечения равномерного нагружения оболочки в окружном направлении от плит пресса нагрузка передается через резиновые прокладки (см. рис. 2). При несимметричном нагружении характер нагрузки играет очень существенную роль. Причем определяющим здесь выступает (не)возможность выхода из плоскости торцов оболочки. Именно этим объясняется такая колоссальная разница значений нагрузок потери устойчивости при больших разрезах.

Для кинематического нагружения (так же как и силового) критические нагрузки оказываются выше предельных в диапазоне малых разрезов, но в данном случае при $l = 0 - 0,6$ (см. рис. 3, б). Для оболочек с разрезами $l = 0,7 - 4,0$ расчет 2 оказывается выше расчета 1, при этом максимум предельных нагрузок на этом участке составляет свыше $0,7 N^{cl}$ и отвечает оболочке с разрезом $l = 1,5$. Очевидно, что в действительности для оболочки со столь значительным размером повреждения предельные нагрузки не могут достигать величин, характерных для качественных оболочек [3; 4]. В связи с этим при определении несущей способности оболочек с поперечным разрезом при кинематическом нагружении следует ориентироваться на нагрузки потери устойчивости, полученные при геометрически нелинейном расчете с учетом начальной бифуркационной погиби. Рассмотрим детальнее результаты расчета 3.

На рисунке 6 представлены характерные формы выпучивания оболочек с разрезом: собственные формы потери устойчивости (расчет 1), формы нелинейного деформирования (расчет 2), а также формы, полученные при расчете 3 и соответствующие наибольшему значению реакции оболочки. Как видно из рисунка, для всех оболочек, кроме оболочек с маленькими разрезами, форма, соответствующая моменту исчерпания несущей способности, является общей (рис. 6, е, и, м).

Формы нелинейного деформирования оболочки при расчете 2 и в момент достижения первой предельной точки при расчете 3 зачастую идентичны. Исключения представляют оболочки с маленькими разрезами при $l = 0,1 - 0,3$ (см. рис. 6, а – в – локальное выпучивание), с разрезом 0,6 и 0,7 (при расчете 3 вмятина смещается от центра разреза к краю). Кроме того, следует отметить некоторую несимметрию, появляющуюся в результате расчета 3 при деформировании верхней и нижней частей оболочки относительно разреза для оболочек с большими разрезами $l = 1,5 - 4,0$.

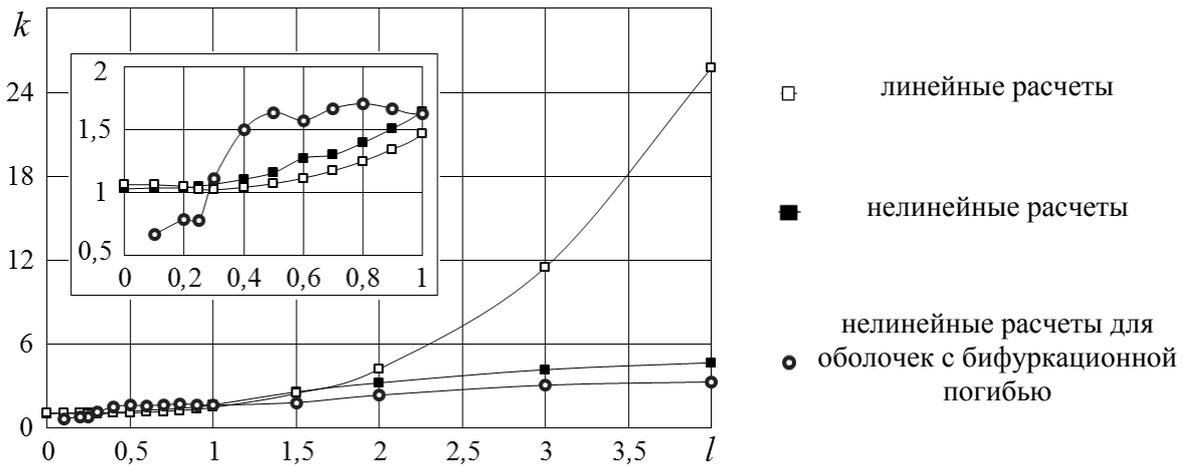


Рис. 5. Зависимости отношения k от величины разреза l

В области малых разрезов при $l = 0,1 - 0,2$ выделим еще одну особенность. В зависимости от количества КЭ форма бифуркации меняется (см. рис. 6, $a' - 6\ 500\text{КЭ}$, $a'' - 14\ 200\text{КЭ}$). А следовательно, изменяется и форма нелинейного деформирования при расчете 3 (см. рис. 6, $b' - 6\ 500\text{КЭ}$, $b'' - 14\ 200\text{КЭ}$). Такое существенное отличие форм практически не влияет на величины критических и предельных нагрузок.

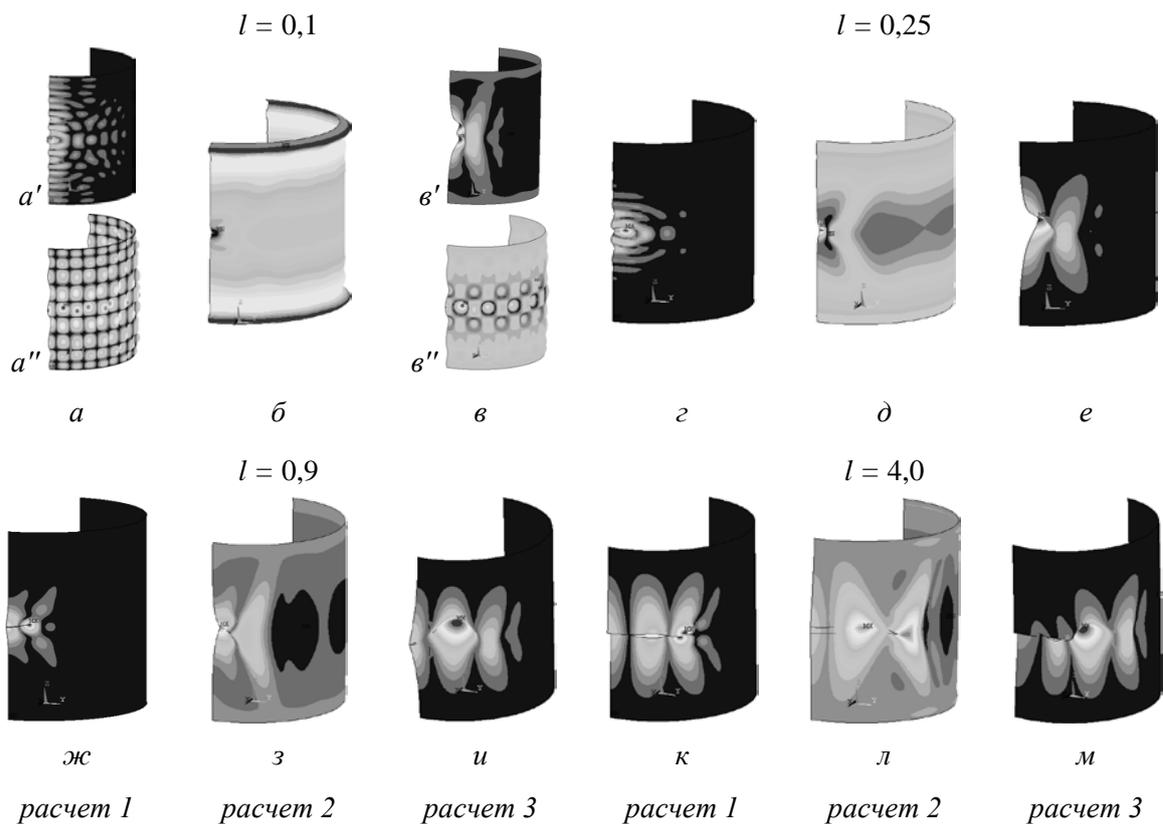


Рис. 6. Характерные формы потери устойчивости (расчет 1) и формы нелинейного деформирования (расчет 2 и 3) цилиндрических оболочек с одним поперечным разрезом при кинематическом нагружении

На рисунке 7 представлен ряд зависимостей, отражающих характер закритического деформирования оболочки с разрезом длиной $l = 0,9$ и $l = 0,5$ для случая кинематического нагружения при расчете 3 и 2 соответственно. Здесь приведены: зависимость относительного продольного смещения ΔZ точки С, расположенной над центром разреза (см. рис. 1, в), от

относительной реакции оболочки \bar{N} (рис. 8, *a* и *z*), а также зависимости относительных радиальных перемещений $\bar{w} = w/h$ точек B_1 , B_2 , расположенных на краях разреза, и диаметрально им противоположной точки A от относительной реакции оболочки \bar{N} (рис. 7, *б* – *в* и *д* – *е*).

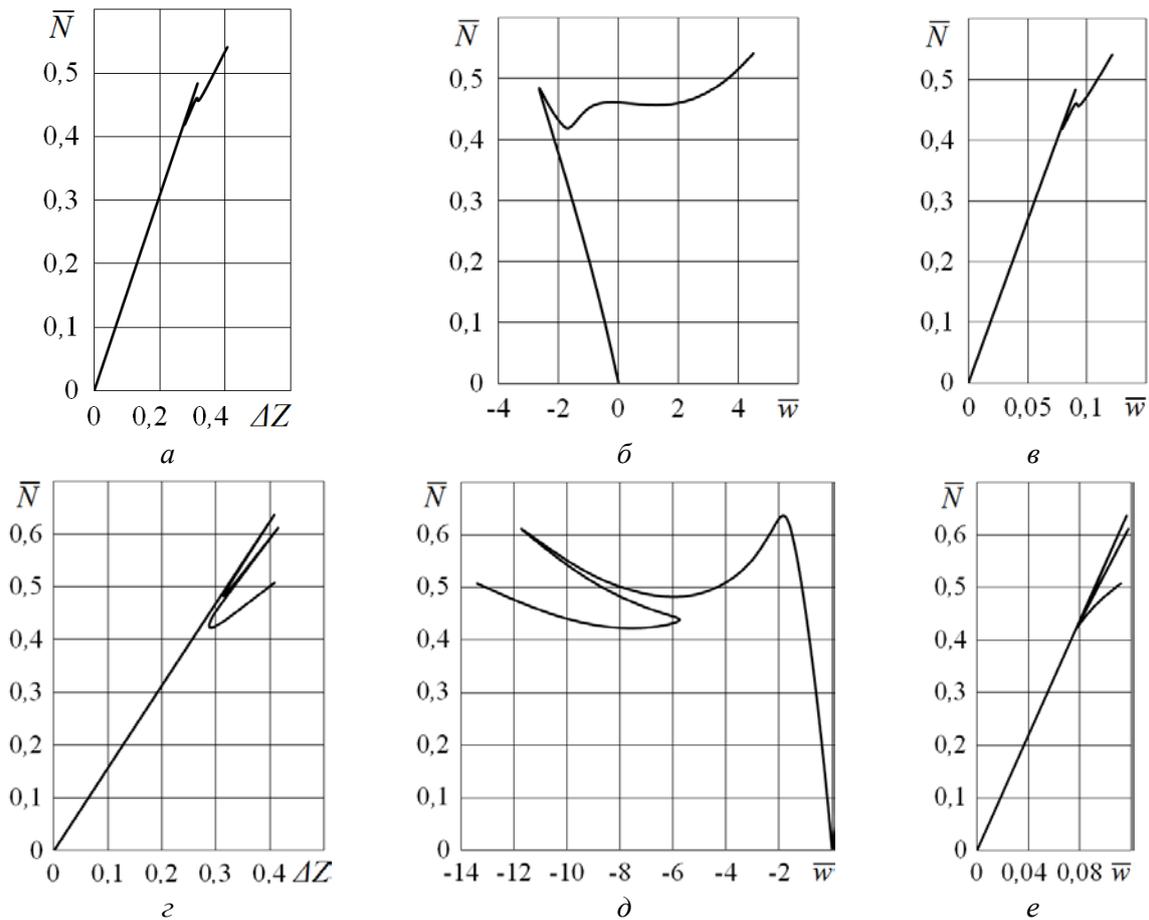


Рис. 7. Характерные зависимости, отражающие особенности деформирования оболочки с разрезом $l = 0,9$ (*a* – *в*) при расчете 3 и с разрезом $l = 0,5$ (*z* – *е*) при расчете 2 для кинематического нагружения

Приведенные на рисунке 7, *a* – *в* зависимости являются типичными для оболочек при расчете 3. При наличии начальной бифуркационной погиби достижение оболочкой первой предельной точки не ведет к потере несущей способности. После ниспадающей ветви начинается восходящий участок, а получаемая при этом предельная нагрузка оказывается выше той, которая соответствовала первой предельной точке (кроме оболочек с $l = 0,5; 1,0; 2,0$, для которых первая предельная является максимальной). Величины же ΔZ и \bar{w} , при которых реакция оболочки достигает наибольшего предельного значения, изменяются в зависимости от l в диапазонах $(0,35 - 0,43) h$ и $(0,31 - 11,04) h$, соответственно.

При нелинейном расчете 2 картина деформирования меняется (см. на рис. 7, *z* – *е*). Предельные нагрузки, получаемые после ниспадающих участков ветви, не превышают первой предельной нагрузки. А соответствующие ей величины ΔZ и \bar{w} в зависимости от l равны $(0,41 - 0,58) h$ и $(0,06 - 5,43) h$, соответственно.

Что касается силового нагружения, то здесь нет восходящих ветвей как при геометрически нелинейном расчете 2, так и при геометрически нелинейном расчете 3 (см. рис. 8). Относительные перемещения ΔZ и \bar{w} , при которых нагрузка оболочки достигает предельного значения в расчете 2, изменяются в зависимости от l в диапазонах $(0,39 - 10,33) h$ и $(0,09 - 70,18) h$, соответственно. Нелинейный расчет 3 с учетом бифуркационной погиби достигает предельной точки при ΔZ и \bar{w} равных $(0,27 - 10,30) h$ и $(0,33 - 70,00) h$,

соответственно.

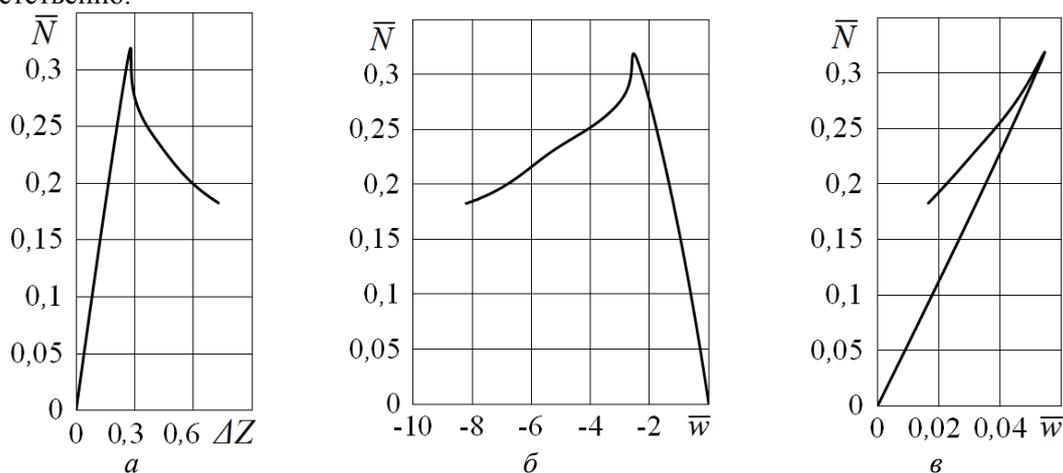


Рис. 8. Характерные зависимости, отражающие особенности деформирования оболочки с разрезом $l = 0,8$ при силовом нагружении

Выводы. 1. Характер деформирования продольно сжатых круговых цилиндрических оболочек с одним поперечным разрезом существенно зависит как от вида нагружения, так и от величины разреза.

2. Критические нагрузки, получаемые при геометрически линейном расчете на устойчивость, не всегда определяют исчерпание несущей способности оболочек, поврежденных одним поперечным разрезом.

3. При силовом нагружении для оболочек с разрезом $l = 0,4 - 0,9$ в качестве нагрузок, отвечающих моменту исчерпания несущей способности, следует принимать предельные нагрузки, полученные при расчете с начальной бифуркационной погибью. В остальных случаях исчерпание несущей способности происходит при достижении предельной точки при геометрически нелинейном расчете 2.

4. При кинематическом нагружении для оболочек во всем диапазоне изменения длины разреза l , при определении несущей способности следует ориентироваться на предельные нагрузки геометрически нелинейного расчета 3 с начальной бифуркационной погибью.

Исследование выполнено в рамках гранта Фонда Гумбольдта № 3.4 – Fokoop – UKR/1070297.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. **Амиро И. Я.** Ребристые цилиндрические оболочки / И. Я. Амиро, В. А. Заруцкий, П. С. Поляков // К. : Наукова думка, 1973. – 248 с.
2. **Вольмир А. С.** Устойчивость деформируемых систем. – М., 1967. – 984 с.
3. **Красовский В.** Качество тонкостенных цилиндров и пусковые механизмы их выпучивания при продольном сжатии / В. Красовский // Theoretical foundation of civil engineering. – Warsaw : WP, 2002. – № 10. – С. 696 – 715.
4. **Красовский В.** Опасные нагрузки и запас устойчивости для продольно сжатых тонкостенных цилиндров / В. Красовский // Перспективные задачи инженерной науки. – Д. : Gaudeamus, 2001. – Вып. 2. – С. 177 – 188.
5. **Лихачева О.** О численном анализе устойчивости цилиндрических оболочек с продольными разрезами при кинематическом осевом сжатии / О. Лихачева // Theoretical foundation of civil engineering. – Warsaw : WP, 2012. – № 20. – С. 233 – 238.
6. **Лихачева О.** Устойчивость цилиндрических оболочек с продольными разрезами / О. Лихачева // Theoretical foundation of civil engineering. – Warsaw : WP, 2011. – № 19. – С. 155 – 160.
7. **Krasovsky V.** Influence of manner of applying axial compression on the behaviour of a cylindrical shell under local action / V. Krasovsky, V. Marchenko, R. Schmidt // The XIII-th Symposium of Stability of Structures. – Poland. – Zakopane, 2012. – P. 389 – 398.

8. **Lykhachova O.** About the influence of the cut length on deformation and stability of the elastic circular cylindrical shells / O. Lykhachova, D. Volchok, R. Schmidt // The XIII-th Symposium of Stability of Structures. – Poland. – Zakopane, 2012. – P. 435 – 440.
