

НАУКОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ

МАТЕРИАЛОВЕДЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ ЧАСТИЧНОЙ КОМПЕНСАЦИИ НЕПОЛНОТЫ ФОРМАЛЬНОЙ АКСИОМАТИКИ

БОЛЬШАКОВ В. И.¹ *д. т. н., проф.*

ВОЛЧУК В. Н.^{2*} *к. т. н., доц.*

ДУБРОВ Ю. И.³ *д. т. н., проф.*

¹ Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение "Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры", ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: bolshkov@mail.pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0003-0790-6473

^{2*} Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение "Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры", ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: volchuku@yandex.ua, ORCID ID: 0000-0001-8717-6786

³ Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение "Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры", ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: mom@mail.pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0002-3213-4893

Аннотация. В теореме Гёделя о неполноте доказано, что в теориях, конструируемых на основании формальной аксиоматики, значения исходных терминов и их интерпретации являются неполными, что обусловлено языковой неполнотой утверждений.

Поэтому, распространяя выводы из этой теоремы на интерпретацию утверждения, определяющего, например, то или иное численное значение качества какого-либо металла, принимаем, что это утверждение неполное. Эта неполнота может быть представлена неполнотой конструктивных особенностей формальной аксиоматики структуры (макроуровень) и неполнотой формальной аксиоматики на микроуровне. Формальная аксиоматика конструктивных элементов структуры металла очевидна и не требует дополнительных разъяснений. Вследствие этого, при существующем в материаловедении большом количестве работ, направленных на определение качества металла, основанных на анализе его структуры, в силу вычислительной неприводимости результатов этого анализа, качество металла чаще всего определяют на основании статистики или анализа предыстории его получения.

Для того, чтобы выйти за рамки первоначально выбранного языка, но в то же время не оторваться от реальной ситуации, С. Бир рекомендовал привязаться к такому свойству системы, которое неразрывно связано с ее действительным существованием.

Для частичной компенсации неполноты формальной аксиоматики структуры металла применим язык еще более высокого уровня. С нашей точки зрения, таким языком является язык фрактальной аппроксимации структуры металла. Этот выбор основан на том, что огромное число реальных физических систем обладает (в соответствующих диапазонах масштабов) фрактальной природой, характеризуемой дробной размерностью. Понятие фрактала практически связано как с характеристикой структуры металла, так и с физическими характеристиками изготавливаемых из него изделий: с шероховатой поверхностью, объемом, плотностью и др.

Полученные результаты показывают, что характеристики качества металла, вычисленные с учетом фрактальных размерностей его структуры, экономически целесообразно применять, минимизируя число натуральных испытаний.

Ключевые слова: теорема Гёделя, структура металла, теория фракталов, твердость, чугун.

МАТЕРІАЛОЗНАВЧІ АСПЕКТИ ЗАСТОСУВАННЯ ЧАСТКОВОЇ КОМПЕНСАЦІЇ НЕПОВНОТИ ФОРМАЛЬНОЇ АКСІОМАТИКИ

БОЛЬШАКОВ В. И.¹ *д. т. н., проф.*

ВОЛЧУК В. М.^{2*} *к. т. н., доц.*

ДУБРОВ Ю. И.³ *д. т. н., проф.*

¹ Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: bolshkov@mail.pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0003-0790-6473

^{2*} Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: volchuku@yandex.ua, ORCID ID: ORCID ID: 0000-0001-8717-6786

³ Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: mom@mail.pgasa.dp.ua, ORCID ID: ORCID ID: 0000-0002-3213-4893

Анотація. У теоремі Геделя про неповноту доведено, що в теоріях, які конструюються на підставі формальної аксіоматики, значення вихідних термінів та їх інтерпретації є неповними, що обумовлено мовною неповнотою тверджень.

Тому, поширюючи висновки з цієї теореми на інтерпретацію твердження, що визначає, наприклад, те чи інше чисельне значення якості будь-якого металу, приймаємо, що це твердження неповне. Ця неповнота може бути представлена неповнотою конструктивних особливостей формальної аксіоматики структури (макрорівень) та неповнотою формальної аксіоматики на мікрорівні. Формальна аксіоматика конструктивних елементів структури металу очевидна і не потребує додаткових роз'яснень. Внаслідок цього, при існуючій в матеріалознавстві великій кількості праць, спрямованих на визначення якості металу, заснованих на аналізі його структури, в силу обчислювальної невизначеності результатів цього аналізу якості металу найчастіше визначають на підставі статистики або аналізу передісторії його отримання.

Для того, щоб вийти за рамки спочатку обраної мови, але в той же час не відірватися від реальної ситуації, С.Бір рекомендував прив'язатися до такої властивості системи, яка нерозривно пов'язана з її дійсним існуванням.

Для часткової компенсації неповноти формальної аксіоматики структури металу застосовується мова ще більш високого рівня. З нашої точки зору, такою мовою є мова фрактальної апроксимації структури металу. Цей вибір заснований на тому, що величезна кількість реальних фізичних систем має (у відповідних діапазонах масштабів) фрактальну природу, яка характеризується дробовою розмірністю. Поняття фрактала практично пов'язано як з характеристикою структури металу, так і з фізичними характеристиками виробів, що з нього виготовляються: з шорсткою поверхнею, об'ємом, густиною тощо.

Отримані результати свідчать, що характеристики якості металу, обчислені з урахуванням фрактальних розмірностей його структури, економічно доцільно застосовувати, мінімізуючи число натурних випробувань.

Ключові слова: теорема Геделя, структура металу, теорія фракталів, твердість, чавун.

MATERIAL ASPECTS OF USE OF PARTIAL COMPENSATION OF INCOMPLETENESS OF FORMAL AXIOMATICS

BOL'SHAKOV V.I.¹

VOLCHUK V.M.^{2*}

DUBROV Yu. I.³

¹ Department of Materials Science, State Higher Education Establishment "Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-a, Chernishevskogo str., Dnipropetrovsk 49600, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: bolshkov@mail.pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0003-0790-6473

^{2*} Department of Materials Science, State Higher Education Establishment "Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-a, Chernishevskogo str., Dnipropetrovsk 49600, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: volchuku@yandex.ua, ORCID ID: 0000-0001-8717-6786

³ Department of Materials Science, State Higher Education Establishment "Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-a, Chernishevskogo str., Dnipropetrovsk 49600, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: mom@mail.pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0002-3213-4893

Summary. In Gödel's incompleteness theorem proved that the theories constructed on the basis of a formal axiomatic meaning of the original terms and their interpretations are incomplete, due to the incompleteness of the language statements.

In this context, extending the conclusion of this theorem on the interpretation of statements of defining, for example, one of meanings the numerical value of the quality of any metal is accepted in meaning of incomplete statement. This incompleteness may be submitted by incomplete of constructual features of a formal axiomatic structure (macro level), and the incompleteness of formal axiomatic at the micro level. The formal axiomatic of structural elements of the metal structure is obvious without requiring of further explanation. Because of it, the quality of the metal, is determined most of all on the basis of statistic or analysis or the history of its reception., at the current in

material science large number of studies aimed to determining of the quality of the metal, based on the analysis of its structure, because of computational irreducibility of resultate of this analysis,

S. Bir recommended to go beyond the initially selected language, but at the same time not to break away from the real situation, should be attached to such a property system that is inextricably linked to its real existence.

For partially compensate of the incompleteness of formal axiomatic metal structure is applicable language of much more higher level. From our perspective, such language is the language of fractal structures approximation of metal. This choice is based on the fact of a huge number of real physical systems possessing of (in the appropriate range scale) fractal nature, characterized by a fractional dimension. The concept of a fractal is almost due to both the characteristics of the metal structure and the physical characteristics produced of its products : with a rough surface; volume; density and others.

The received results show that the quality characteristics of the metal, is economically advisable to use, minimizing the number of actual tests, calculated with record of the fractal dimensions of its structure, i.

Key words: *Godel's theorem, the metal structure, the theory of fractals, hardness, iron.*

В теореме Гёделя о неполноте доказано, что в теориях, конструируемых на основании формальной аксиоматики, значения исходных терминов и их интерпретации являются неполными, что обусловлено языковой неполнотой утверждений [1; 2].

В этой связи, распространяя выводы из этой теоремы на интерпретацию утверждения, определяющего, например, то или иное численное значение качества какого-либо металла, принимаем, что это утверждение неполное. Эта неполнота может быть представлена неполнотой конструктивных особенностей формальной аксиоматики структуры (макроуровень) и неполнотой формальной аксиоматики на микроуровне.

Формальная аксиоматика конструктивных элементов структуры металла очевидна и не требует дополнительных разъяснений. Формальная аксиоматика на микроуровне, как правило, проявляется в структурах микрошлифов (рис. 1). Поэтому подобным системам присуще свойство *глобальной неустойчивости*, которая проявляется в том, что при одинаковых начальных условиях, например производства металла (процентного содержания его компонентов и одинаковых технологических режимов), получают металл, структура которого от эксперимента к эксперименту визуально воспринимается как различная, как это показано на рис. 1. Вследствие этого при существующем в материаловедении большом количестве работ, направленных на определение качества металла, основанных на анализе его структуры, в силу *вычислительной неприводимости* результатов этого анализа, качество металла

чаще всего определяют на основании статистики или анализа предыстории его получения.

Поэтому приведенные на рисунке 1 фотографии структуры шлифов, независимо от степени совпадения их изображений, могут практически в одинаковой степени отображать механические свойства стали, что на настоящий момент удовлетворяет практическому применению результатов такого анализа.

С. Бир рекомендовал для того, чтобы выйти за рамки первоначально выбранного языка, но в то же время не оторваться от реальной ситуации, следует привязаться к такому свойству системы, которое неразрывно связано с ее действительным существованием [3; 4].

Например, очевидно, что для большинства материалов таким свойством является та или иная характеристика их качества. Для того чтобы это показать, остановим свой выбор на существующих в настоящее время процессах идентификации структуры материала, которая, как показывают опыт и многочисленные теоретические исследования, является отображением характеристик его качества [5]. При этом аппроксимация элементов структуры со сложной геометрической конфигурацией формы, как правило, производится целочисленными фигурами Евклида [6], что вносит определенную погрешность в нахождение характеристик качества материала. Этот факт инициирует необходимость возможной замены геометрических характеристик элементов структуры (длина, площадь, объем) на более дифференцированную размерностную оценку, что, как предполагается, должно частично

компенсировать неполноту существующей формальной аксиоматики.

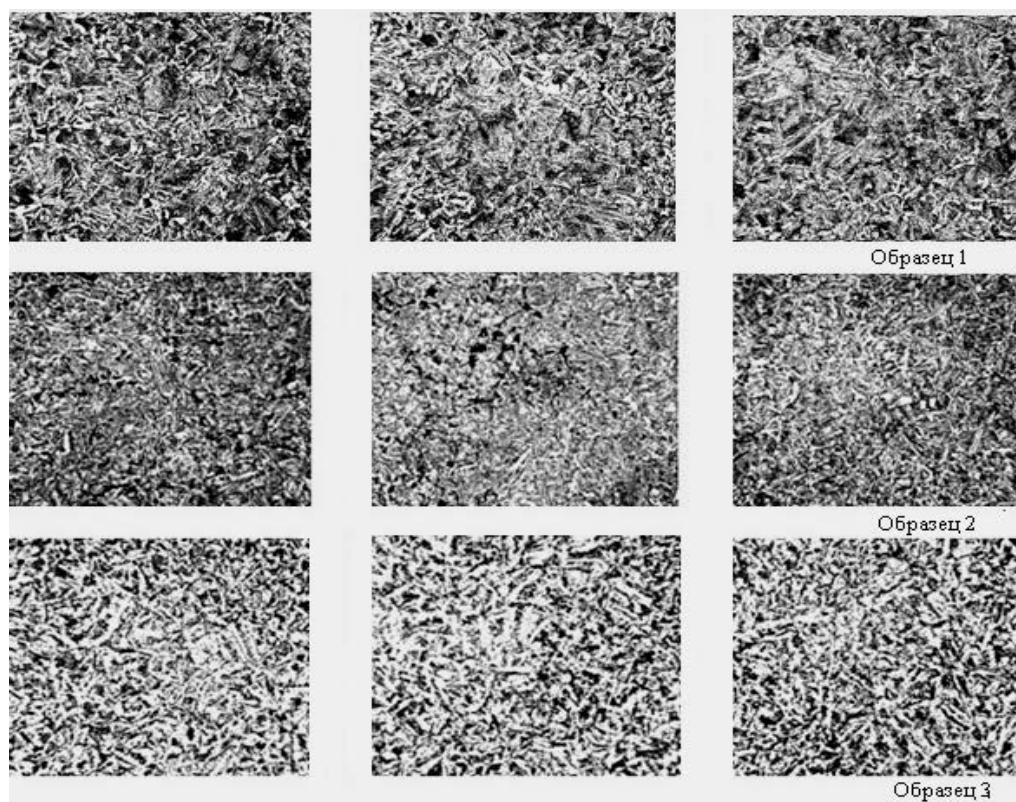


Рис. 1. Микроструктура стали Ст16Г2АФ, $\times 300$

Для отождествления разницы структур одного и того же металла проанализируем гипотезу, объясняющую этот феномен. Аппроксимируя сферами элементы исследуемой структуры, приходим к выводу, что на них распространяются результаты исследований так называемой бильярдной задачи [7]. Согласно этим исследованиям, траектория движения отражающегося шара непредсказуема после третьего соударения [8], что, собственно, и объясняет визуальную несходимость элементов структуры металла.

Для частичного устранения неполноты формальной аксиоматики утверждений С. Бир рекомендовал использовать принцип “внешнего дополнения”, основанный на применении языка более высокого уровня, применяемого для формулирования утверждений [3]. Вновь выбранные решения, выраженные языком более высокого уровня, призваны устранять недостатки первоначально используемого языка [4]. В качестве вновь избранного языка в данном конкретном случае может выступать неопределенность как мера и двух изображений

$$H_1 = - \sum_{i=1}^n p_{i1} \cdot \ln p_{i1} , \quad (1)$$

где p_{i1} – вероятность того, что элемент конкретной структуры находится в области шлифа 1.

$$H_2 = - \sum_{i=1}^k p_{i2} \cdot \ln p_{i2} , \quad (2)$$

где p_{i2} – вероятность того, что элемент конкретной структуры находится в области шлифа 2. При допустимой сходимости энтропий H_1 (1) и H_2 (2) предлагается доверять результатам данного анализа. Тогда, когда рассматриваемые энтропии значительно отличаются друг от друга, необходимо производить поиск элемента структуры, в результате применения которого уменьшается неполнота формальной аксиоматики.

Для частичной компенсации неполноты формальной аксиоматики структуры металла применим язык еще более высокого уровня. С нашей точки зрения, таким языком является язык фрактальной аппроксимации структуры металла.

Этот выбор основан на том, что огромное число реальных физических систем обладает (в соответствующих диапазонах масштабов) фрактальной природой, характеризующейся дробной размерностью [9].

С учетом отсутствия удовлетворительных математических описаний процессов, происходящих, например, при легировании металлов (т. е. таких, которые применялись бы при практических расчетах и были бы достаточно надежными), можно предположить, что такая сложная система как металл, точнее, ее составляющие, имеет не целую, а дробную размерность, т. е. эта система относится к фракталам. Понятие фрактала практически связано как с характеристикой структуры металла, так и с физическими

характеристиками изготавливаемых из него изделий: с шероховатой поверхностью; объемом; плотностью и др. [10].

Покажем, как отличаются характеристики качества металла (например, чугуна) с использованием для аппроксимации его структуры как метода металлографического анализа, так и метода, базирующегося на применении теории фракталов [11].

В качестве конкретного примера для достоверности эксперимента исследуем структуру двух идентичных чугунных валков № 1 и № 2 марки СШХНМ-55, отлитых в одинаковых технологических условиях. При этом были получены шлифы, фотографии которых визуально различны (рис. 2).

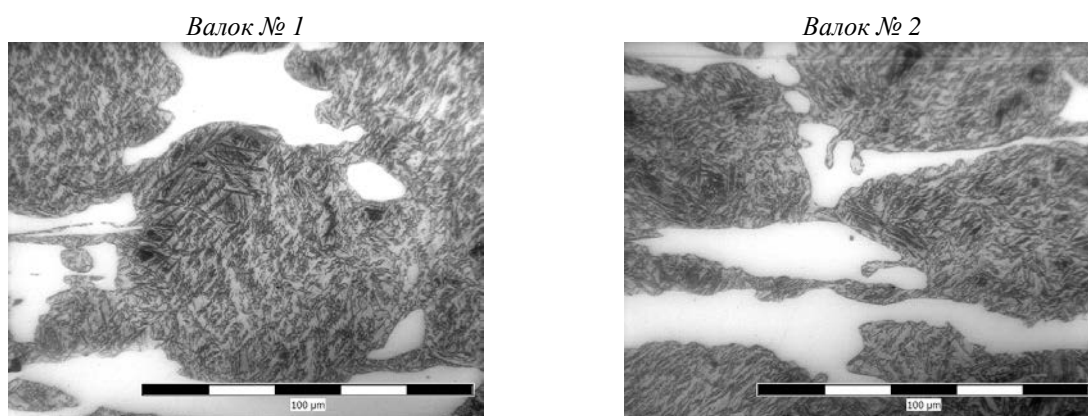


Рис. 2. Структура низа бочки валков, состоящая из бейнита, мартенсита, цементита и включений шаровидного графита, $\times 500$

Различие изображений шлифов, вероятно, обусловлено некоторой неопределённостью, вызванной, прежде всего, относительностью применяемых измерений, а неполнота утверждений, интерпретирующих результаты экспериментов, - их традиционной формальной аксиоматикой. Независимо от степени визуальной сходимости изображений структуры шлифов, в силу их статистического “подобия”, они могут практически в одинаковой степени отображать характеристики качества чугуна, что, на настоящий момент, удовлетворяет практическому применению результатов такого анализа. Из существующих в настоящее время методов идентификации структуры и

свойств чугуна (рис. 3) был выбран метод металлографического анализа, как наиболее наукоёмкий и продуктивный. При этом сравнивались численные значения показателей качества, полученные путем анализа структуры чугунных валков в трех участках: низ бочки, верхний трэф и нижний трэф. Структура этих участков одинаковая по составу, но различная по геометрической форме своих элементов (рис. 2) Результаты проведенного металлографического анализа идентичные для валков № 1 и № 2, т. е.

Ц25→Цп6000→ШГф4→ШГд25→ШГр1→ШГ2, где: Ц – цементит, ШГ – шаровидный графит.



Рис. 3. Методы определения характеристик качества металла

Оценка структуры чугуна, определенная на основании анализа фрактальной размерности элементов его структуры, приведена в

таблице, строки 1 – 4. По результатам анализов определялась характеристика качества валков (твердость), строки 5 и 6 таблицы.

Таблица

Характеристики структуры и твердости валков на расстоянии 15 мм от поверхности

№ п/п	Характеристика	Валок № 1			Валок № 2		
		низ бочки	верхний трещ	нижний трещ	низ бочки	верхний трещ	нижний трещ
1	Фрактальная размерность цементита	1,935	1,971	1,939	1,938	1,969	1,947
2	Фрактальная размерность границ цементитных включений	1,384	1,416	1,399	1,390	1,418	1,409
3	Фрактальная размерность графита	1,707	1,880	1,870	1,724	1,920	1,888
4	Фрактальная размерность границ графитных включений	1,080	1,226	1,222	1,385	1,257	1,261
5	Твердость по Шору, определенная путем натурных испытаний	60	55	58	61	55	58
6	Твердость по Шору, с учетом фрактальной размерности структуры	58	54	56	61	53	57

Твердость, вычислялась статистически с учетом фрактальной размерности структуры по уравнениям (3, 4):

$$HSD = 11571 \cdot D_{ц}^3 - 65754 \cdot D_{ц}^2 + 124279 \cdot D_{ц} - 78058, \quad (3)$$

$$HSD = 1719,5 \cdot D_{г}^3 - 9594,7 \cdot D_{г}^2 + 17792 \cdot D_{г} - 10906, \quad (4)$$

где: *HSD* – твердость по Шору, *D_ц* и *D_г* – фрактальная размерность цементита и графита соответственно.

Твердость чугуна, вычисленная по этим уравнениям, незначительно отличается от

твердости, полученной путем проведения натурных испытаний (расхождение до 4 %), что свидетельствует о целесообразности использования языка фрактальной геометрии для оценки качества металла.

Полученные результаты показывают, что характеристики качества металла, вычисленные с учетом фрактальных размерностей его структуры, экономически целесообразно применять, минимизируя число натурных испытаний.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Бир С. Кибернетика и управление производством / С. Бир. – Москва : Наука, 1963. – 276 с. – Режим доступа: http://www.newlibrary.ru/book/bir_st/_kibernetika_i_upravlenie_proizvodstvom.html.
2. Большаков В. И. Фракталы в материаловедении / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров. – Днепропетровск : ПГАСА, 2005. – 253 с.
3. Большаков Вад. І. Про неповноту формальної аксіоматики в задачах ідентифікації структури металу / Вад. І. Большаков, В. І. Большаков, Ю. І. Дубров // Вісник Національної академії наук України. – 2014. – № 4. – С. 55-59. – Режим доступу: <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/69367>.
4. Гуляев А. П. Металловедение / А. П. Гуляев. – 6-е изд., перераб. и доп. – Москва : Metallurgiya, 1986. – 544 с.
5. Дубров Ю. И. Учет влияния неуправляемых факторов при анализе и синтезе критерия функционирования сложных систем / Ю. И. Дубров, В. В. Фролов, А. Н. Вахнин // Экономика и математические методы. – 1986. – Т. 22, № 1. – С. 165-170.
6. Клини С. К. Введение в математику / С. К. Клини ; пер. с англ. А. С. Есенина-Вольпина ; под ред. В. А. Успенского. – Москва : Мир, 1957. – 527 с. – Режим доступа: <http://lib.mexmat.ru/books/1407>.
7. Салтыков С. А. Стереометрическая металлография (стереология металлических материалов) / С. А. Салтыков. – Москва : Metallurgiya, 1976. – 270 с.
8. Синай Я. Г. Случайность неслучайного / Я. Г. Синай // Природа. – 1981. – № 3. – С. 72-80.
9. Синергетика и фракталы в материаловедении / В. С. Иванова, А. С. Баланкин, И. Ж. Бунин, А. А. Оксогоев. – Москва : Наука, 1994. – 383 с.
10. Успенский В. А. Теорема Гёделя о неполноте / В. А. Успенский. – Москва : Наука, 1982. – 110 с. – (Популярные лекции по математике. Вып. 57). – Режим доступа: <http://www.razym.ru/>.
11. Mandelbrot B. B. The Fractal Geometry of Nature / B. B. Mandelbrot. – New York ; San Francisco : Freeman and Company, 1982. – 480 p.

REFERENCES

1. Bir S. *Kibernetika i upravleniye proizvodstvom* [Cybernetics and production management]. Moscow, Nauka, 1963. 276 p. (in Russian). Available at: http://www.newlibrary.ru/book/bir_st/_kibernetika_i_upravlenie_proizvodstvom.html
2. Bol'shakov V. I. *Fraktaly v materialovedenii* [Fractals in material science]. Dnepropetrovsk, PGASA, 2006. 253 p. (in Russian).
3. Bol'shakov Vad. I., Bol'shakov V. I., Dubrov Yu. I. *Pro nepovnotu formalnoi aksiomatyky v zadachakh identyfikatsiyi struktury metalu* [About incompleteness of formal axiomatic in problems of identification of metal structure]. *Visnyk Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* – Bulletin of the National Academy of Sciences of Ukraine. 2014, no. 4, pp. 55-59. (in Ukrainian). Available at: <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/69367>
4. Gulyayev A. P. *Metallovedeniye* [Metallurgical]. Moscow, Metallurgiya, 1986. 544 p. (in Russian).
5. Dubrov Yu. I. *Uchet vliyaniya neupravlyayemykh faktorov pri analize i sinteze kriteriya funktsionirovaniya slozhnykh sistem* [Record for the effects of uncontrollable factors in the analysis and synthesis of criteria for the operation of complex systems]. *Ekonomika i matematicheskie metody* – Economics and Mathematical Methods. 1986, no. 1, pp. 165-170. (in Russian).
6. Klini S. K. *Vvedeniye v matematiku* [Introduction to Mathematics]. Moscow, IL, 1957. 527 p. (in Russian). Available at: <http://lib.mexmat.ru/books/1407>
7. Saltykov S. A. *Stereometricheskaya metallografiya* [Stereometric metallography]. Moscow, Metallurgiya, 1976. 270 p. (in Russian).
8. Sinay Ya. G. *Sluchaynost' nesluchaynogo* [Chance of non - random]. *Priroda*. 1981, no .3, pp. 72-80. (in Russian).
9. Ivanova V. S., Balankin A.S., Bunin A. Zn. *Sinergetika i fraktaly v materialovedenii* [Synergy and fractals in material science]. Moscow, Nauka, 1994. 383 p. (in Russian).
10. Uspenskiy V. A. *Teorema Godelya o nepolnote* [Gödel's incompleteness theorem]. Moscow, Nauka, 1982. 110 p. (in Russian). Available at: <http://www.razym.ru/>.
11. Mandelbrot B. B. *The Fractal Geometry of Nature*. Nev-Yuork, San Francisco, Freeman, 1982. 480 p.

Статья рекомендована к публикации 31.03.2015 г. Рецензент: д. физ.-мат. н. В. Ф. Башев.

Поступила в редколлегию 03.04. 2015 г. Принята к печати 06.05.2015 г.