

увеличить прочность бетонов на 30...33 %. Объясняется это высокой степенью уплотнения вакуумированием, что видно из результатов определения плотности. Обращает внимание тот факт, что прочность вакуумбетона в суточном возрасте в три раза больше, чем у виброуплотненного бетона, что предоставляет возможность значительно сократить сроки выдержки монолитных конструкций в опалубке и этим самым снизить стоимость строительства.

**Вывод.** Предложено новое вакуумное оборудование для вакуумирования бетонных смесей при возведении монолитных конструкций в переставной опалубке. Использование на вакуумтрубах объемного фильтра из пористого материала позволило сократить продолжительность вакуумирования в несколько раз, упростить уход за вакуумным оборудованием. Повышение прочности вакуумбетона составило 30 % и более в сравнении с виброуплотненным бетоном.

### ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Вакуумирование бетона в монолитных железобетонных конструкциях : технические указания. – М. : Стройиздат, 1941. – 34 с.
2. Гершберг О. А. Вакуумирование бетона в монолитных конструкциях / О. А. Гершберг. – М. : Стройиздат, 1952. – 60 с.
3. Гершберг О. А. Вакуумбетон / О. А. Гершберг, А. Е. Десов, А. Е. Итин. – М. : Стройиздат, 1940. – 116 с.
4. Гордон С. С. К вопросу вакуумирования бетона каркасных железобетонных сооружений / С. С. Гордон // Строительная промышленность. – 1949. – № 8. – С. 13 – 18.
5. Гордон С. С. Приборы для внутреннего вакуумирования бетона / С. С. Гордон // Механизация строительства. – 1949. – № 10. – С. 16 – 19.

УДК 539.3

### РАСЧЕТ ГОФРИРОВАННЫХ СТЕРЖНЕЙ МЕТОДОМ ОСРЕДНЕНИЯ

*А. А. Дисковский, к. т. н., доц.*

**Ключевые слова:** гофрированный стержень, изгиб, уравнения в проекциях, эффективные коэффициенты упругости

**Постановка проблемы** и её связь с научными и практическими задачами. Гофрированные стержни находят широкое применение в качестве элементов сетчатой арматуры в железобетонных изделиях. К модели гофрированного стержня приходят также при исследовании упругих свойств тканых материалов [1], используемых в армированных стеклопластиках. Традиционное исследование НДС гофрированного стержня требует решения дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. При большом числе волн гофра численное решение этих уравнений [2] вызывает значительные трудности. В этом случае эффективным оказывается применение асимптотического метода осреднения (гомогенизации) [3].

**Анализ последних исследований и публикаций.** Расчет гофрированных стержней как элементов тканых материалов или сеток проводится главным образом методом конечных элементов [4 – 6]. Однако такой расчет затрудняет анализ параметров при проектировании. Энергетический подход к расчету применялся в работе [7]. Метод гомогенизации развивался в работах [1; 8].

**Цель исследований.** Нахождение точных решений задач изгиба гофрированного стержня. На основе анализа этих решений построение упрощенной схемы расчета НДС с помощью уравнений в проекциях усилий, момента и перемещений на ось, равноотстоящую от вершин гофра и метода гомогенизации. Определение эффективных коэффициентов упругости для растяжения и изгиба.

**Основной материал.** Рассмотрим изгиб гофрированного стержня (рис. 1). Такая задача статически определима. Запишем уравнение равновесия криволинейного стержня [9]:

$$\frac{1}{A} \frac{dN}{d\alpha} + \frac{Q}{R} = P_t; \quad \frac{1}{A} \frac{dQ}{d\alpha} - \frac{N}{R} = P_n; \quad \frac{1}{A} \frac{dM}{d\alpha} - Q = 0, \quad (1)$$

где  $N, Q, M$  – соответственно тангенциальное усилие, поперечная сила, изгибающий момент;

$P_t, P_n$  – распределенная внешняя нагрузка;  $A$  – квадратичная форма;  $R$  – радиус кривизны:

$$A = \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{d\alpha}\right)^2}; \quad \frac{1}{R} = -\frac{1}{A^3} \frac{d^2z}{d\alpha^2}, \quad (2)$$

$z = z(\alpha)$  – уравнение оси стержня.



Рис. 1. Гофрированный стержень  $z = H \sin \frac{2\pi n\alpha}{L}$ ,  $n = 5$

Действуя по классической схеме, исключаем из системы (1) тангенциальную и поперечную силы, в результате получаем разрешающее уравнение:

$$\frac{1}{A} \frac{d}{d\alpha} \left( \frac{R}{A} \frac{d}{d\alpha} \left( \frac{1}{A} \frac{dM}{d\alpha} \right) \right) + \frac{1}{AR} \frac{dM}{d\alpha} = -P_t + \frac{1}{A} \frac{d(RP_n)}{d\alpha}. \quad (3)$$

Уравнение (3) с помощью замены переменной

$$d\varphi = -\frac{A}{R} d\alpha \quad (4)$$

приводится к уравнению с постоянными коэффициентами:

$$\frac{d^2G}{d\varphi^2} + G = P_t R - \frac{d}{d\varphi} (RP_n), \quad (5)$$

где  $\varphi$  – угол наклона касательной  $t$  к оси  $\alpha$ ,  $\cos \varphi = A^{-1}$ ;  $G = \frac{1}{R} \frac{dM}{d\varphi} = -\frac{1}{A} \frac{dM}{d\alpha} = -Q$ .

Например, для нагрузки типа собственного веса:

$$P_n = -P \cos \varphi, P_t = -P \sin \varphi, P = const \quad (6)$$

решение уравнения (5) будет иметь вид:

$$G = C_1 \cos \varphi + C_2 \sin \varphi + P \cos \varphi \int_0^\varphi R d\varphi, \quad (7)$$

где  $C_1, C_2$  – произвольные постоянные интегрирования.

Для определенности (без потери общности) рассмотрим синусоидальный гофр (рис. 1):

$$z = H \sin \frac{2\pi n\alpha}{L}, \quad (8)$$

где  $H, n$  – высота и количество волн гофра. Тогда, переходя к безразмерной координате  $x = 2\pi\alpha/L$ ,  $0 \leq x \leq 2\pi$ , решение (8) можно привести к виду:

$$G = (1 + p^2 \cos nx)^{-\frac{1}{2}} \left( C_1 + C_2 p \cos nx - n^{-1} \bar{P} \sqrt{1 + p^2} E(nx, k) \right), \quad (9)$$

где  $p = \frac{H}{l}$ ,  $l = \frac{L}{2\pi n}$ ,  $\bar{P} = \frac{LP}{2\pi}$ ,  $k = \frac{p}{\sqrt{1+p^2}}$ ,  $E(nx, k)$  – эллиптический интеграл.

Рассмотрим консольный стержень с закрепленным ( $x = 0$ ) и свободным ( $x = 2\pi$ ) краями. При этом должны выполняться следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} x = 0: \quad N &= -F \sin \varphi_0; \quad G = F \cos \varphi_0; \quad M = F \bar{L} \pi \cos \varphi_0; \\ x = 2\pi: \quad N &= 0; \quad G = 0; \quad M = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

здесь  $F$  – краевое ( $x = 0$ ) усилие;  $\bar{L} = L/2\pi$ ;  $\varphi_0$  – начальный угол касательной, к оси стержня.

Определяя постоянные интегрирования  $C_1, C_2$  из граничных условий (10), находим

$$M = \bar{L} \bar{P} \sqrt{1+p^2} \left( \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{4} k^2 - \frac{3}{64} k^4 - \dots \right) (x^2 - \pi x - 2\pi^2) + \right. \\ \left. \frac{n^{-2}}{8} \left( k^2 + \frac{1}{4} k^4 + \dots \right) \sin^2 nx + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{32} k^4 + \dots \right) \sin^2 2nx + \dots \right). \quad (11)$$

$$N = \bar{P} \sqrt{1+p^2} p \cos nx \left( 1 + p^2 \cos^2 nx \right)^{\frac{1}{2}} \left( \left( 1 - \frac{1}{4} k^2 - \frac{3}{64} k^4 - \dots \right) (2\pi - x) - \right. \\ \left. n^{-1} \frac{1}{8} \left( k^2 + \frac{1}{4} k^4 + \dots \right) \sin 2nx - \left( \frac{1}{32} k^4 + \dots \right) \sin 4nx + \dots \right). \quad (12)$$

На рисунках 2 и 3 приведены эпюры, соответственно,  $\frac{N}{P}$  и  $\frac{M}{LP}$  при  $\bar{L} = 1; p = 0.1; n = 5$ .

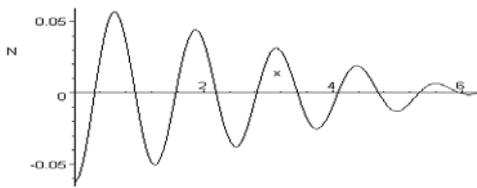


Рис. 2.  $N = \frac{N}{P}; \bar{L} = 1; p = 0.1; n = 5$

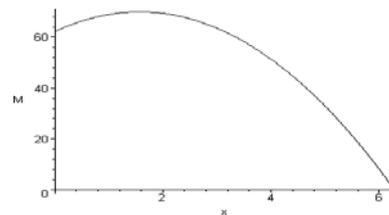


Рис. 3.  $\frac{M}{LP}; \bar{L} = 1; p = 0.1; n = 5$

Наличие на эпюре  $N$  (рис. 2) участков со сжимающими продольными усилиями указывает на интересный факт, что при изгибе гофрированной балки теоретически возможна локальная потеря устойчивости.

Анализируя выражения для усилий и момента при шарнирном опирании и консольном закреплении можно, заключить, что для обоих случаев закреплении выражения для усилий и момента представляются в виде:

$$N = \sin \varphi (N_0(x) + n^{-1} N_1(nx)); \quad Q = \cos \varphi (Q_0(x) + n^{-1} Q_1(nx)); \quad (13) \\ M = M_0(x) + n^{-2} M_1(nx),$$

здесь  $N_0(x), Q_0(x), M_0(x)$  зависят от нагрузки, формы гофра и граничных условий;  $N_1(nx), Q_1(nx), M_1(nx)$  – периодические функции с периодом  $2\pi/n$ , не зависящие от граничных условий. В теории гомогенизации гетерогенных конструкций [3] составляющие  $N_0, Q_0, M_0$  соответствуют осредненному решению, а составляющие  $N_1, Q_1, M_1$  – задачи на ячейке.

Введем в рассмотрение проекции внутренних усилий  $N, Q$  на оси  $x, z$  (рис. 4):

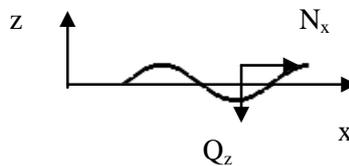


Рис. 4. Проекция внутренних усилий на оси  $x, z$

Выразим эти проекции через тангенциальное усилие и поперечную силу стержня:

$$N_x = N \cos \varphi + Q \sin \varphi; \quad Q_z = Q \cos \varphi - N \sin \varphi. \quad (14)$$

Подставляя в (14) выражения (11), (12) получаем, что для консольной балки при нагрузке типа собственного веса (6) проекции внутренних усилий будут:

$$N_x = 0; \quad Q_z = \bar{P} \sqrt{1+p^2} \left( \left( 1 - \frac{1}{4} k^2 - \frac{3}{64} k^4 - \dots \right) (2\pi - x) - \right. \\ \left. n^{-1} \frac{1}{8} \left( k^2 + \frac{1}{4} k^4 + \dots \right) \sin 2nx - \left( \frac{1}{32} k^4 + \dots \right) \sin 4nx + \dots \right). \quad (15)$$

Для сравнительного анализа приведем окончательные выражения проекций внутренних усилий и изгибающего момента для шарнирно закрепленного стержня при нагрузке  $P_t = const; P_n = const$ :

$$\begin{aligned} N_x &= -(\pi - x)\bar{P}_t - n^{-1}p \sin nx \bar{P}_n; & Q_z &= (\pi - x)\bar{P}_n - n^{-1}p \sin nx \bar{P}_t; \\ M &= \bar{L} \left( \frac{\bar{P}_n}{2} (2\pi x - x^2 + n^{-2} p^2 \sin^2 nx) - n^{-1} \bar{P}_t (\pi - x) p \sin nx \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Нетрудно видеть, что во всех рассмотренных случаях внешней нагрузки и граничных условий выражения для проекций внутренних усилий и изгибающий момент можно представить в виде:

$$\begin{aligned} N_x &= N_{x0}(x) + n^{-1} N_{x1}(nx); & Q_z &= Q_{z0}(x) + n^{-1} Q_{z1}(nx); \\ M &= M_0(x) + n^{-1} M_1(nx) + n^{-2} M_2(nx), \end{aligned} \quad (17)$$

где  $N_{x1}, Q_{z1}, M_1, M_2$  – периодические функции с периодом, равным длине волны гофра  $l = 2\pi/n$ . Такие свойства проекций внутренних усилий и изгибающего момента гофрированной балки позволяют при их определении использовать метод гомогенизации [3]. Для этого перепроектируем уравнения равновесия (1) на оси  $OX, OZ$ :

$$\frac{dN_x}{dx} = A\bar{L}P_x; \quad \frac{dQ_z}{dx} = A\bar{L}P_z, \quad (18)$$

где  $P_x = P_t \cos \varphi + P_n \sin \varphi; P_z = P_n \cos \varphi - P_t \sin \varphi$  представляют собой проекции внешней нагрузки на оси  $OX, OZ$ .

Введем в рассмотрение момент внутренних усилий балки относительно оси  $OY$ :

$$M_x = M - z N_x. \quad (19)$$

Из систем уравнений равновесия (1), получаем уравнение для его определения:

$$\frac{d^2 M_x}{dx^2} - \bar{L} \frac{d}{dx} (\beta N_x) = \bar{L}^2 P_z. \quad (20)$$

Полученные уравнения равновесия в проекциях внутренних усилий и изгибающего момента относительно осей  $OX, OZ$  (18), (20) существенно проще (не содержат переменные коэффициенты) классических уравнений равновесия (1). С физической точки зрения уравнения (16), (19) представляют собой уравнения равновесия гладкого стержня, на который действует некоторая «эквивалентная» нагрузка, обеспечивающая равенство внутренних усилий и изгибающего момента с гофрированным.

Важным преимуществом расчета гофрированных конструкций в проекциях усилий и момента является возможность использованная для решения уравнений в проекциях хорошо разработанного метода гомогенизации гетерогенных конструкций [3]. Для этого введем переменную  $\xi = nx$ , которую будем считать независимой от  $x$ . Оператор дифференцирования при этом принимает вид:

$$\frac{d}{dx} = \frac{\partial}{\partial x} + n \frac{\partial}{\partial \xi}. \quad (21)$$

Проекции усилий и момента представим в виде следующих асимптотических разложений:

$$N_x = \sum_{k=0}^{\infty} n^{-k} N_{xk}(x, \xi); Q_z = \sum_{k=0}^{\infty} n^{-k} Q_{zk}(x, \xi); M_x = \sum_{k=0}^{\infty} n^{-k} M_{xk}(x, \xi). \quad (22)$$

Подставляя выражения (21), (22) в уравнения равновесия (18), (20) и приравнявая слагаемые с одинаковыми степенями  $n$ , получаем после осреднения:

$$\frac{dN_{x0}}{dx} = \bar{L} m(A P_x); \quad \frac{dQ_{z0}}{dx} = \bar{L} m(A P_z), \quad (23)$$

$$\frac{\partial N_{x1}}{\partial \xi} = \bar{L} (A P_x - m(A P_x)); \quad \frac{\partial Q_{z1}}{\partial \xi} = \bar{L} (A P_z - m(A P_z)), \quad (24)$$

$$\frac{d^2 M_{x0}}{dx^2} = \bar{L} m(A P_z); \quad \frac{\partial^2 M_{x1}}{\partial \xi^2} = \bar{L} \frac{\partial \beta}{\partial \xi} N_{x0}; \quad (25)$$

$$\frac{\partial^2 M_{x2}}{\partial \xi^2} = -\frac{\partial^2 M_{x1}}{\partial \xi \partial x} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\beta N_{x1}) + \bar{L}^2 (A P_z - m(A P_z)). \quad (26)$$

где  $m(\dots) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots) d\xi$  – оператор осреднения.

Отметим, что определение проекций усилий и момента в виде асимптотических разложений (22) с помощью системы рекуррентных уравнений (23) – (26) оказывается проще решения точных уравнений (1). При этом для рассмотренных выше задач учет уже первых поправок к усилиям  $N_{x1}, Q_{z1}$ , а для момента первой и второй поправки  $M_{x1}, M_{x2}$  дает точное решение.

Рассмотрим теперь деформацию гофрированной балки. Тангенциальную  $\mathcal{E}$  и изгибную  $\mathcal{X}$  деформации можно определить по известным формулам закона Гука [9]:

$$\frac{1}{A} \frac{du}{dx} + \frac{w\bar{L}}{R} = \frac{N\bar{L}}{EF}; \quad \frac{1}{A} \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{A} \frac{dw}{dx} - \frac{u\bar{L}}{R} \right) = \frac{M\bar{L}^2}{EI}, \quad (27)$$

где  $u, w$  – перемещения в направлении осей  $n, t$ .

Непосредственное решение системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами (27) вызывает трудности. Задача нахождения перемещений упрощается, если в качестве искомого выбрать проекции перемещений на оси  $Ox, Oz$ :

$$u_x = u \cos \varphi - w \sin \varphi = \frac{u - \beta w}{A}; \quad w_z = w \cos \varphi + u \sin \varphi = \frac{w + \beta u}{A}, \quad (28)$$

где  $\beta = \frac{dz}{dx}$ .

Относительно проекций перемещений (28) закон Гука (27) запишется в виде:

$$\frac{1}{A^2} \left( \frac{du_x}{dx} + \beta \frac{dw_z}{dx} \right) = \frac{N\bar{L}}{EF}; \quad \frac{1}{A} \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{A^2} \left( \frac{dw_z}{dx} - \beta \frac{du_x}{dx} \right) \right) = \frac{M\bar{L}^2}{EI}. \quad (29)$$

Система уравнений (29) легко интегрируется:

$$u_x = \frac{\bar{L}}{EF} \int N dx - \frac{\bar{L}^2}{EI} \int \beta \int AM dx dx - C_1 z + C_2; \quad (30)$$

$$w_z = \frac{\bar{L}^2}{EI} \iint AM dx dx + \frac{\bar{L}}{EF} \int \beta N dx + C_1 x + C_3,$$

где  $C_1 - C_3$  произвольные постоянные, определяемые из граничных условий.

Для того чтобы «замкнуть» систему уравнений, описывающих НДС гофрированной балки в проекциях усилий и перемещений, «перепроектируем» физические соотношения (29). Для этого подставим выражения (14), (19) в уравнения (29):

$$\frac{1}{A} \left( \frac{du_x}{dx} + \beta \frac{dw_z}{dx} \right) = \frac{\bar{L}}{EF} (N_x - \beta Q_z); \quad (31)$$

$$\frac{1}{A} \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{A^2} \left( \frac{dw_z}{dx} - \beta \frac{du_x}{dx} \right) \right) = \frac{\bar{L}^2}{EI} (M_y + z N_x).$$

В силу линейности соотношений (31) перемещения  $u_x, w_z$  можно разделить на перемещения, вызываемые продольным усилием  $N_x (u_x^p, w_z^p)$  и моментом  $M_y (u_x^u, w_z^u)$ :

$$u_x = u_x^p + u_x^u; \quad w_z = w_z^p + w_z^u, \quad (32)$$

при этом:

$$\frac{1}{A} \left( \frac{du_x^p}{dx} + \beta \frac{dw_z^p}{dx} \right) = \frac{\bar{L} N_x}{EF}; \quad \frac{1}{A} \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{A^2} \left( \frac{dw_z^p}{dx} - \beta \frac{du_x^p}{dx} \right) \right) = \frac{\bar{L}^2}{EI} z N_x; \quad (33)$$

$$\frac{1}{A} \left( \frac{du_x^u}{dx} + \beta \frac{dw_z^u}{dx} \right) = \frac{\bar{L} \beta Q_z}{EF}; \quad \frac{1}{A} \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{A^2} \left( \frac{dw_z^u}{dx} - \beta \frac{du_x^u}{dx} \right) \right) = \frac{\bar{L}^2 M_x}{EI}. \quad (34)$$

Проведем асимптотический анализ уравнений (33), (34). Для этого оценим порядок перемещений  $u_x^p, u_x^u$  по отношению соответственно к перемещениям  $w_x^p, w_x^u$ . С этой целью были рассмотрены две модельные задачи. Первая – задача на продольную деформацию: на консольно закрепленный гофрированный стержень действует краевая продольная сила  $P$ . Вторая – на «чистый» изгиб: к свободному краю приложен сосредоточенный момент  $M_0$ . На основе анализа точных решений этих модельных задач перемещения, входящие в соотношения (33), (34), можно представить в виде следующих асимптотических разложений:

$$u_x^p = u_{x0}^p(x, \xi) + n^{-1}u_{x1}^p(x, \xi) + \dots; \quad w_z^p = n^{-1}w_{z1}^p(x, \xi) + n^{-2}w_{z2}^p(x, \xi) + \dots; \quad (35)$$

$$u_x^u = n^{-1}u_{x1}^u(x, \xi) + n^{-2}u_{x2}^u(x, \xi) + \dots; \quad w_z^u = w_{z0}^u(x, \xi) + n^{-2}w_{z1}^u(x, \xi) + \dots,$$

где  $u_{x0}^p \sim u_{x1}^p \sim w_{z1}^p \sim w_{z2}^p \sim \frac{N_x}{EF}; u_{z1}^u \sim u_{x2}^u \sim w_{z0}^u \sim w_{z1}^u \sim \frac{M}{EI}; u_{x1}^p, w_{z1}^p, w_{z2}^p, u_{x1}^u, u_{x2}^u, w_{z1}^u$  –

периодические по  $\xi$  функции с периодом 1.

Подставляя асимптотические разложения усилия, момента (17) и перемещений (35) в физические соотношения (33), (34) и приравнявая слагаемые с одинаковыми степенями  $n$  с учетом выражения для дифференциального оператора (21), получаем:

$$N_{x0} = E(m\tilde{K}_1)^{-1} \frac{du_{x0}^p}{dx}; M_0 = EI(mA)^{-1} \frac{d^2w_{z0}^u}{dx^2};$$

$$\frac{\partial u_{x1}^p}{\partial \xi} = \frac{\tilde{K}_1 - m\tilde{K}_1}{m\tilde{K}_1} \frac{du_{x0}^p}{dx}; \frac{\partial^2 w_{z1}^u}{\partial \xi^2} = \frac{A - mA}{mA} \frac{d^2w_{z0}^u}{dx^2}; \quad (36)$$

$$u_{x1}^u = -nz \frac{dw_{z0}^u}{dx},$$

где  $\tilde{K}_1(\xi) = \frac{1}{AF} + \frac{\beta}{I} \int z A d\xi$ .

Уравнения (36) получены при предположении, что соотношения геометрических характеристик поперечного сечения стержня и гофра таковы что:  $\frac{zF}{I} \sim n; \frac{F}{I} \sim n^2$ .

Коэффициенты, входящие в уравнения (36),

$$\frac{E}{m\tilde{K}_1} = (EF)_{eq}; \frac{EI}{mA} = (EI)_{eq},$$

представляют собой т. н. эффективные модули упругости – упругие характеристики некоторого прямого эквивалентного стержня.

**Выводы и перспективы дальнейших исследований.** Предложенная схема расчета НДС гофрированного стержня относительно проекций усилий и перемещений относительно оси, равноотстоящей от вершин гофра, оказалась проще традиционной. Преимуществом такой схемы является и возможность использования хорошо разработанного метода гомогенизации. Важно также, что такой подход позволяет упростить определения НДС более сложных гофрированных конструкций – пластин и оболочек. То, что при этом исследование НДС проводится в аналитическом виде, позволяет успешно ставить и решать задачи оптимального проектирования таких конструкций.

## ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Haussy B., Jung C., Ganghofer J. Homogenisation of the undulations of a single yarn // International Journal of Mechanical Sciences. – № 46 (2004). – P. 961 – 979.
2. Grigorenko Ya. M., Bernalova E. I., Urusova G. P. Dynamical stability of shells of revolution with corrugated generatrix // Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine. – № 10 (2011). – P. 62 – 66.
3. Большаков В. И., Андрианов И. В., Данишевский В. В. Асимптотические методы расчета композитных материалов с учетом внутренней структуры. – Д. : Пороги, 2008. – 196 с.
4. Cherouat A., Billoet J.L. Mechanical and numerical modelling of composite manufacturing processes deep-drawing and laying-up of thin pre-impregnated woven fabrics // Journal of Materials

Processing Technology. – № 118 (2001). – P. 460 – 471.

5. **Magno M., Lutz R.** Discrete buckling model for corrugated beam // European Journal of Mechanics A/Solids. – № 21 (2002). – P. 669 – 682.

6. **Boisse P., Daniel J.L., Gasser A., Hivet G., Soulat D.** Prise en compte du procede de fabrication dans la conception des structures composites minces // Mecanique & Industries. – № 1 (2001). – P. 303 – 311.

7. **Sinoimeri A.** Contribution a l'etude du comportement mecanique des etoffes par methdes energetiques: cas de l'armure toile. These de doctorat. Universite de Haute Alsace: Muhouse, France, 1993.

8. **Sanchez Hubert J., Sanchez Palencia E.** Statics of curved rods on account of torsion and flexion //European journal of Mechanics F/Solids. – № 18 (1999). – P. 365 – 390.

9. **Писаренко Г. С.** Сопротивление материалов. – К. : Вища школа, 1986. – 768 с.