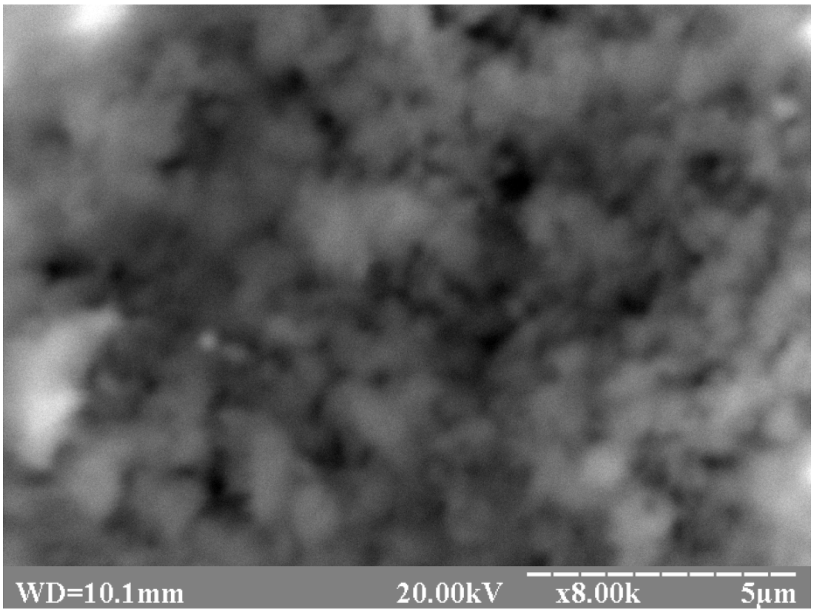

Рис. 8. Микроструктура цементного камня, длина масштабной полоски 5 мкм

Выводы. Таким образом, в результате проведенных исследований разработан высокопрочный самоуплотняющийся бетон, содержащий крупный заполнитель фракции 5 – 10, который может быть применен в качестве верхнего слоя двухслойных бетонных полов.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. **Сахошко Е. В., Зайченко Н. М.** Самоуплотняющийся бетон в современном монолитном домостроении // Вісник Донбас. держ. акад. будівниц. і архітект.: Сучасні будівельні матеріали. – Макіївка, 2009. – Вип. 1 (75). – С. 112 – 116.

2. **Feldman R. F.** Influence of Condensed Silica Fume and Sand/Cement Ratio on Pore Structure and Frost Resistance of Portland Cement Mortar / reprinted from «Fly Ash, Silica Fume, Slag, and Natural Pouolans in Concrete» Proceedings Second International Conference Madrid, Spain, 1986, ACI, SP – 91 – 47.– Vol. 2. – P. 973 – 989 (IRC Paper No. 1397).

3. **Feldman R. F.** Pore Structure, Permeability and Diffusivity as Related to Durability / 8th International Congress on the Chemistry of Cement, Rio de Janeiro, Brazil, September 22 – 27, 1986. – P. 1 – 21.

4. **Guang Ye, Klaas van Breugel**. Simulation of connectivity of capillary porosity in hardening cement-based systems made of blended materials / HERON, 2009. – Vol. 54. – № 2/3. – P. 163 – 184.

5. **I. Markovic.** High-Performance Hybrid–Fiber Concrete – Development and Utilisation. DUP Science. The Netherlands. 2006. ISBN 90 – 407 – 2621 – 3

6. **Coppola L., Cerulli T., Troli R. and Collepardi M.** «The Influence of Raw Materials on Performance of Reactive Powder Concrete», International Conference on High-Performance Concrete, and Performance and Quality of Concrete Structures, Florianopolis, 1996. – P. 502 – 513.

УДК 539.3

ВАРИАНТ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОЙ ИТЕРАЦИОННОЙ ТЕОРИИ СЛОИСТЫХ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК

А. В. Плеханов, д. т. н., проф.

Ключевые слова: *пологая оболочка, итерационная теория, уравнения*

Анализ исследований. Цель работы. В работе [1], используя для реализации вариационного уравнения Рейсснера метод варьирования по определяемому состоянию, получили двумерные уравнения итерационной теории слоистых пологих оболочек. Как показали исследования [3], сходимость решений на основе этих уравнений ухудшается при существенном различии упругих характеристик слоев. Сходимость может быть улучшена путем привлечения для первого приближения итерационной теории более общей модели.

В данной работе получены уравнения уточненной геометрически нелинейной итерационной теории трансверсально изотропных слоистых пологих оболочек, учитывающие в первом приближении неравномерность деформаций поперечного сдвига, обусловленную различием упругих характеристик слоев.

Постановка задачи. Основные уравнения и зависимости. Рассмотрим, как и в [1], многослойную пологую оболочку постоянной толщины h, составленную из произвольного числа m упругих трансверсально изотропных слоев толщиной t_k($k = 1, 2,\ldots, m$ – номер слоя, отсчитываемый от нижнего слоя оболочки к верхнему). Координатную поверхность $x_3 = 0$, расположенную на расстоянии h_1 от нижней лицевой поверхности оболочки, отнесем к ортогональной криволинейной системе координат x_1, x_2, причем координатные линии $x_1 = const$ и $x_2 = const$ совпадают с линиями главных кривизн этой поверхности.

При построении уточненной теории воспользуемся методом разложения компонент напряжения и перемещения в ряды по толщинной координате x_3. Выражения для перемещений k-го слоя оболочки в первом приближении($i = 0, 1$) представим так:

$$u_1^k = u_1^0(x_1, x_2) - x_3 A_1^{-1} u_{3,1}^1 + \gamma^k(x_3) u_1^1(x_1, x_2)(1 \leftrightarrows 2);$$
$$u_3^k = u_3^1(x_1, x_2), \tag{1}$$

где u_1^0, u_2^0 – тангенциальные перемещения координатной поверхности оболочки $x_3 = 0$, $г^k(x_3) = в_1^k + в_2^k x_3$.

Коэффициенты β_1^k и β_2^k определяются из условий контакта смежных слоев для тангенциальных перемещений и поперечных касательных напряжений. Выражения для напряжений y_1^k, y_2^k и y_{12}^k первого приближения определяются в соответствии с законом Гука. Аппроксимирующие функции для напряжений y_3^k, y_{13}^k, y_{23}^k в первом приближении и для всех перемещений и напряжений последующих (самоуравновешенных) напряженных состояний приняты такими же, как и в [1; 2].

Таким образом, функции, аппроксимирующие перемещения и напряжения слоистой пологой оболочки, представляются так:

$$u_1^k = u_1^0(x_1, x_2) - x_3 A_1^{-1} u_{3,1}^1 + \gamma^k(x_3) u_1^1(x_1, x_2) + \sum_{i=2}^{\infty} f_i(x_3) u_1^i(x_1, x_2)(1 \leftrightarrows 2);$$

$$u_3^k = \sum_{i=1}^{\infty} f_{i,3}(x_3) u_3^i(x_1, x_2);$$

$$\sigma_1^k = E_0^k \Big[A_1^{-1} u_{1,1}^0 + \nu_k A_2^{-1} u_{2,2}^0 - x_3\big(A_1^{-2} u_{1,11}^1 + \nu_k A_2^{-2} u_{1,22}^1\big) + \gamma^k(x_3)\big(A_1^{-1} u_{1,11}^1 + \nu_k A_2^{-1} u_{2,2}^1\big) +$$

+0,5(A1−1u3,11)2+0,5νk(A2−1u3,21)2−k1u31−νkk2u31−ν3k1+νkE3k−10,5p+a1kx3ω1+

$$+E_0^k D_1^{-1} \textstyle\sum_{i=2}^{\infty} f_i(x_3) M_1^i(x_1, x_2)(1 \leftrightarrows 2); \tag{2}$$

$$\sigma_{12}^k = 0{,}5 E_0^k (1 - \nu_k)\big[A_2^{-1} u_{1,2}^0 + A_1^{-1} u_{2,1}^0 + x_3\big(A_2^{-1} u_{1,2}^1 + A_1^{-1} u_{2,1}^1\big) + \gamma^k(x_3)\big(A_2^{-1} u_{1,2}^1 + A_1^{-1} u_{2,1}^1\big)$$
$$+ A_1^{-1} A_2^{-1} u_{3,1}^1 + u_{3,2}^2\big] + E_0^k D_1^{-1} \sum_{i=2}^{\infty} f_i(x_3) M_{12}^i(x_1, x_2);$$

$$\sigma_{13}^k = \sum_{i=1}^{\infty} a_{i,3}^k(x_3) Q_1^i(x_1, x_2)(1 \leftrightarrows 2);$$

$$\sigma_3^k = -0{,}5 p(x_1, x_2) - \sum_{i=1}^{\infty} a_i^k(x_3) \omega^i(x_1, x_2)\big(\omega^1 = -q(x_1, x_2)\big).$$

Принятые здесь обозначения соответствуют [1; 2].

Для получения уравнений равновесия, граничных условий и соотношений упругости воспользуемся вариационным принципом Рейсснера в сочетании с методом варьирования по определяемому состоянию. В соответствии с этим методом для получения уравнений первого приближения функционал Рейсснера будем варьировать по перемещениям и напряжениям первого (несамоуравновешенного) состояния, а для получения уравнений, описывающих последующие (самоуравновешенные) состояния будем варьировать только компоненты того состояния, которое определяется, считая все предыдущие состояния известными. В этом случае порядок уравнений для каждого напряженного состояния не будет зависеть от количества удерживаемых членов разложений, тем самым устраняется существенный недостаток метода разложения – повышение порядка уравнений с увеличением количества удерживаемых членов разложений. Уравнения, полученные на основе метода варьирования по определяемому состоянию, будем называть несвязанными. Как показали исследования [3], несвязанные уравнения являются эффективным приближением системы связанных уравнений при том же количестве членов разложений, аппроксимирующих перемещения и напряжения.

Полученные на основе метода варьирования по определяемому состоянию уравнения равновесия имеют вид:

первое (несамоуравновешенное) напряженное состояние ($i = 0,1$):

$$A_1^{-1}N_{1,1} + A_2^{-1}N_{12,2}^2 = 0 \ (1 \leftrightarrows 2);$$

$$A_1^{-1}M_{1,1}^* + A_2^{-1}M_{12,2}^* - L_{3811}Q_1^1 = 0 \ (1 \leftrightarrows 2); \tag{3}$$

$$A_1^{-2}M_{1,11}^1 + A_2^{-2}M_{2,22}^1 + 2A_1^{-1}A_2^{-1}M_{12,12}^1 + k_1N_1 + k_2N_2 + A_1^{-1}(N_1A_1^{-1}u_{3,1}^1 + N_{12}A_2^{-1}u_{3,2}^1)_{,1} + A_2^{-1}(N_2A_2^{-1}u_{3,2}^1 + N_{12}A_1^{-1}u_{3,1}^1)_{,2} = -q,$$

j-е ($j \geq 2$) самоуравновешенное напряженное состояние:

$$L_{1jj}\left(A_1^{-1}M_{1,1}^j + A_2^{-1}M_{12,1}^j\right) - L_{3jj}Q_1^j = \sum_{i=1}^{j-1} L_{3ij}\,Q_1^i - A_1^{-1}M_{1,1}^{j*} - A_2^{-1}M_{12,1}^{j*}(1 \leftrightarrows 2); \tag{4}$$

$$L_{3jj}\left(A_1^{-1}Q_{1,1}^j + A_2^{-1}Q_{2,2}^j\right) + L_{2jj}\omega^j = -k_1N_1^j - k_2N_2^j - 0{,}5L_{20j}p - \sum_{i=2}^{j-2} L_{13ij}(k_1M_1^i + k_2\,M_2^i) - -0{,}5(F_{1j}q - F_{2j}p) - \sum_{i=1}^{j-1}[\,L_{3jj}(A_1^{-1}Q_{1,1}^i + A_2^{-1}Q_{2,2}^i) + L_{2ij}\omega^j].$$

Уравнения (3) и (4) позволяют определять в различных приближениях все виды напряженных состояний многослойной трансверсально изотропной оболочки. При этом уравнения (3), в отличие от соответствующих уравнений в [1], описывают в первом приближении не только внутреннее напряженное состояние и вихревой погранслой, но и потенциальный погранслой. Уравнения (4) уточняют внутреннее напряженное состояние и погранслои. Порядок уравнений не зависит от числа слоев и количества удерживаемых членов разложений. При этом функции предыдущих состояний входят в качестве известных в уравнения для последующих состояний, выполняя в них роль нагрузочных членов. В связи с тем, что перемещения u_3 малы для самоуравновешенных состояний, нелинейные члены в геометрических соотношениях, начиная со второго состояния, не учитывались и уравнения (4) в отличие от (3), являются линейными.

Оценка точности решений. Выводы. Для оценки точности решений на основе полученных уравнений была рассмотрена задача об изгибе по цилиндрической поверхности свободно опертой по краям $x_1 = 0,\ a_1$ трехслойной пластины симметричного по толщине строения под действием поперечной нагрузки $q = q_0 \sin \pi x_1 a_1^{-1}$. Результаты решения (значения нормальных напряжений σ_1 в крайних точках наружного слоя и перемещений u_3 срединной плоскости) для пластин с изотропными слоями ($\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = 0{,}3$) в первом приближении ($i = 1$) и результаты точного решения при $t_2/t_1 = 5$ и различных значениях параметров a_1 / h и $E^{(1)} / E^{(2)}$ ($E^{(1)}$, $E^{(2)}$ – модули упругости наружного и внутреннего слоев) представлены в таблице. Как видно из таблицы, результаты первого приближения находятся в хорошем соответствии с результатами точного решения даже для сравнительно толстых пластин и больших значений параметра $E^{(1)} / E^{(2)}$. Это свидетельствует о том, что при определении внутреннего напряженного состояния существенно неоднородных по толщине слоистых пластин можно ограничиться первым приближением уточненной итерационной теории.

Таблица

Значения напряжений и перемещений

$\frac{a_1}{h}$	$\frac{E^{(1)}}{E^{(2)}}$	y_1/q_0			$u_3E^{(1)}/q_0a_1$		
		Точное решение	Первое приближение	Д %	Точное решение	Первое приближение	Д %
3	10	9,934	9,781	-1,5	11,98	12,04	0,5
	10^2	24,75	24,48	-1,1	69,71	70,76	1,5
	10^3	83,62	83,26	-0,4	304,4	311,5	2,3
	10^4	126,3	126,3	0,1	474,3	487,7	2,8
5	10	24,40	24,27	-0,5	33,53	33,50	-0,1
	10^2	41,27	41,10	-0,4	141,0	141,6	0,4
	10^3	144,6	144,3	-0,2	839,9	845,7	0,7
	10^4	317,1	317,0	0	2007	2026	1,0

Уравнения для последующих напряженных состояний следует использовать, главным образом, для уточнения вихревого и потенциального погранслоев.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. **Плеханов А. В.** О построении уточненной теории пологих трансверсально изотропных слоистых оболочек // Статика сооружений. – К. : КИСИ. – 1978. – С. 106 – 109.

2. **Плеханов А. В.** О построении уточненной теории многослойных пластин // Исследования по теории сооружений. – 1977. – Вып. 23. – С. 111 – 119.

3. **Плеханов А. В.** Исследование сходимости и точности решений на основе итерационной теории слоистых оболочек и пластин // Вісник Придніпр. держ. акад. будівниц. та архітек. – Д., 2009. – № 3. – С. 21 – 26.

УДК 624:014.2.074.433

ИССЛЕДОВАНИЕ КРАЕВЫХ ЭФФЕКТОВ В УТОРНОМ УЗЛЕ СТАЛЬНЫХ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РЕЗЕРВУАРОВ

Е. А. Егоров, д. т. н., проф., А. С. Соколова, асп.

Ключевые слова: *стальной резервуар, конечноэлементные модели, уторный узел, напряженно-деформированное состояние*

Введение. Стальные вертикальные цилиндрические резервуары (РВС) относятся к разряду массовых конструкций, широко применяемых в нефтяной промышленности для хранения нефти и нефтепродуктов. Одним из наиболее ответственных узлов таких конструкций является уторный узел – узел сопряжения цилиндрической стенки с плоским днищем.

Анализ публикаций. Исследованиям напряженно-деформированного состояния (НДС) уторного узла посвящено большое количество работ, но, несмотря на это, целый ряд вопросов, связанных с работой узла в различных условиях, и по сегодняшний день остаются открытыми. По-видимому, это связано с тем, что формирование инженерных методов расчета этого узла осуществлялось на основе аналитических зависимостей теории оболочек и практическая реализация их могла быть осуществлена только при условии введения определенных допущений, влияние которых на результат для многих случаев остается неопределенным. В частности, инженерные расчеты в своей общепринятой для инженерной практики форме [1] выполняются с представлением днища в виде балки на упругом основании (модель «днище − балка»), не проводится количественная оценка деформаций, возникающих в уторных зонах стенки и днища, игнорируется различие в толщине окраек и центральной части днища, не учитывается односторонний характер связи днища с основанием и др. Все это может вносить существенную погрешность в расчетные оценки и требует, в связи с этим, проведения дополнительных исследований.